

論 文

主観的健康感を考慮したリタイアメント・プランニング・モデル Retirement Planning Model Using Life-Table Based on Subjective Health

慶應義塾大学理工学部 枇々木規雄/Norio HIBIKI
フューチャーアーキテクト株式会社 西岡 史恵/Fumie NISHIOKA*

キーワード (Key Words)

リタイアメント・プランニング (retirement planning), 多期間最適化 (multi-period optimization), 主観的健康感 (subjective health), 遺産動機 (bequest motive)

〈要 約〉

本研究では、退職後の様々なリスクを回避しつつ、家計のニーズを満たし、退職時点においてファイナンシャル・プランナーが資産運用（投資）や私的年金などに対する実現可能な戦略を立案するためのリタイアメント・プランニング・モデルを提案する。枇々木ら（2005-2008）が提案している退職時点までのファイナンシャル・プランニング・モデルと同様に、シミュレーション型多期間最適化手法を用いてモデル化を行う。死亡率に影響を与える主観的健康感や消費行動に影響を与える遺産動機もモデルに反映させ、数値分析を用いてモデルの有用性を検証する。

1. はじめに

金融広報中央委員会「家計の金融行動に関する世論調査」（2009）によると、20歳から70歳までのすべての世代において、「十分な貯蓄がない」「年金や保険が十分ではない」「老後の準備（貯蓄など）をしていない」という理由で多くの人が老後の生活を心配している。老後の収入は主に年金に限られるため、高額な医療費、介護費用の増加や予想以上の長生きによる消費の増加により、資金不足になる可能性がある。フィデリティ退職・投資教育研究所の行ったサラリーマン1万人アンケートの結果（2010年4月レポート）を見ると、9割の人が公的年金では安心できないと考えており、家計の破綻リスクを回避するためには、年金以外にも現役時代に老後の資金準備を行う必要がある。公的年金以外に必要な生活資金の総額は平均で2,989万円と考えているが、7割の人がこれを「準備できない」と懸念している。日本FP協会が行った平成20年度「ファイナンシャル・プランナー実態調査」によると、65歳以上で17.7%、55歳以上では47.5%と半数弱の人が退職間際や退職後に老後の家計を心配し、FPに相談に来ている。退職時点であまり蓄えがないならば何もせずに手をこまねいているわけにはいかないし、退職金として多額の一時金を受け取ったり、貯蓄があ

った場合でも、より豊かな老後を過ごすためには、家計の破綻リスクを回避しながら、資産を増やすことも必要である。今後も高齢化が進む中で、リタイアメント・プランニングを効果的に行うことはますます重要になってきている。

退職後のリタイアメント・プランニングに関する最適化モデルの研究は近年行われ始めている。Milevsky and Young (2007) は退職者の効用を最大にする年金化、投資、消費の最適戦略モデルを提案している。この論文は年金商品をポートフォリオ選択と統合した最初の論文（2001年ワーキングペーパー）である。2種類の年金化戦略（段階的年金化、完全年金化）に対して解析解を導いている。Milevsky, Moore and Young (2006) は資産配分に加えて終身年金の購入戦略を考慮した破綻確率最小化モデルを示し、解析解を導いている。一方、より複雑な設定に対応するためのモデルも提案されている。Horneff, Maurer, Mitchell and Dus (2008) は資産配分と引出ルール（自己年金化戦略）のモデル化を行い、部分年金化や完

* 本研究の内容は著者が慶應義塾大学大学院理工学研究科に所属していたときに行われたものであり、現在所属しているフューチャーアーキテクト株式会社とは一切関係ありません。

全年金化戦略も含めて、様々な段階的引出計画に対して比較を行っている。Horneff, Maurer and Stamos (2008) は Epstein-Zin 選好、不確実な投資期間、遺産動機、既存の年金収入を考慮して、最適な株式、債券、終身年金、消費を決定する動的モデルを示し、3種類の年金化戦略（段階的年金化、部分年金化、完全年金化）を比較している。Pang and Warshawsky (2009) は退職後の不確実な医療費が最適な消費金額、株式比率、債券比率、年金保険購入金額の決定に与える影響を調べるためのライフサイクルモデルを提案している。これらはガウス求積法を用いた数値計算で最適解を導いている。Gupta and Li (2007) は消費・投資選択に加えて、終身年金の動的な支払戦略と受取開始時点を決める多期間最適化モデルを示している。2項ツリーを用いて将来のシナリオを記述し、逐次二次計画法を用いて求解している。

一方、本研究では、退職後の様々なリスクを回避しつつ、家計のニーズを満たし、退職時点においてファイナンシャル・プランナーが資産運用（投資）や私的年金などに対する実現可能な戦略を立案するためのリタイアメント・プランニング・モデルを提案する。枇々木ら（2005-2008）が提案している退職時点までのファイナンシャル・プランニング・モデルと同様に、シミュレーション型多期間最適化手法を用いてモデル化を行う。

本研究のモデル化の特徴は、①主観的健康感のパネルデータから推定した結果を反映した生命表を用いること、②個人ではなく夫婦2人の世帯の長生きリスクを考慮することである。主観的健康感が生存率に関係するという研究結果は多く（三徳・高橋・星（2006））、既存研究においても健康状態を考慮して主観的生存率を記述しているモデルは存在する¹。しかし、既存研究では主観的生存率の感度分析をしているだけで主観的健康感に関する実際のパネルデータから推定された主観的生存率は用いられていない。さらに夫婦2人を同時に含めてモデル化し、分析している研究も存在しない。そこで、本研究では以下の点を考慮してモデル化を行い、数値分析を用いてモデルの有用性を検証する。

- (1) 公的年金収入、医療費支出などに加え、所得税、住民税、社会保険料の支払いおよびそれらの控除も含めて、現実の退職後のキャッシュ・フローを反映する。

- (2) リスク資産、無リスク資産、夫婦それぞれの私的年金、余剰消費を決定するモデルを構築する。
- (3) 余剰消費の決定に影響を与える遺産動機の強さを最適化モデルの目的関数に反映し、その影響を調べる。
- (4) 主観的健康感のパネルデータから推定した結果を反映した生命表を最適化モデルのパラメータとして組み込み、世帯の長生きリスクへの影響を調べる。

本論文の構成は以下の通りである。2節では主観的健康感のパネルデータを分析し、それを反映した生命表を作成する。3節では世帯の定義および想定する世帯の収入・支出などについて簡単に説明する。4節では多期間最適化モデルの概要を示す。5節ではパラメータを設定し、仮想世帯に対する数値分析を行う。最後に6節でまとめを行う。

2. 主観的健康感と生存率

主観的健康感とは自分自身の健康状態を主観的に評価したものであり、死亡率や疾病罹患率といった客観的健康指標ではとらえられない健康の質的な側面に関する情報を簡便に把握できる新しい健康指標の一つである。主観的健康感が生存率に関係するという研究結果は多い。本研究では「東京都老人総合研究所－ミシガン大学、全国高齢者パネル調査」のデータを用いて生存率曲線を推定し、主観的健康感に依存した生命表を生成する。それを4節以降のモデルに利用し、主観的健康感がリタイアメント・プランニングに与える影響を調べる。

2.1 主観的健康感の指標の決定

本研究では、主観的健康感の項目に対する回答が一致するデータを一群とみなし、カプラン・マイヤー法²を用いて、群ごとの生存率曲線に差が出るかを分析し、主観的健康感の指標を決定する。4つの主観的健康感の指標として「自分の状態を全体的に評価させた場合」「他の同年齢と比較させた場合」「過去の自分の状態と比較させた場合」「健康に対する満足度を評価させた場合」についてそれぞれの主観的健康感に関する項目への回答の違いを分析する。その結果、最も生存率曲線の違いを与えることができる指標であった「自分の状態を全体的に評価させた場合」の健康感を本研究で用いる主観的健康感の指標として決定した。

¹ Milvesky and Young (2007), Horneff, Maurer and Stamos (2008) では、主観的ハザード率は生命表の客観的ハザード率の定数倍としている。健康ならば、客観的ハザード率より低くなり、不健康ならば高くなる。

² 生存時間解析の手法のひとつで死亡例の発生時点ごとに集合に対する累積生存率を計算し、階段状の生存率曲線を推定する方法である。

表1に「自分の状態を全体的に評価させた場合」の主観的健康感に関する統計量として、各回答ごとのデータ数（調査人数）、6年後までの死亡人数、生存割合、ログランク検定による結果を示す。主観的健康感に対する回答は良い順にexcellent, very good, good, fair, poorの5パターンである。

表1：主観的健康感に関する統計量

回答	データ数	死亡数	生存割合
excellent	419	27	93.6%
very good	419	23	94.5%
good	601	39	93.5%
fair	192	21	89.1%
poor	27	6	77.8%
全体	1658	116	93.0%
ログランク検定	カイ2乗	自由度	有意確率
	16.165	4	.003

6年後までの生存割合を見ると、excellent, very good, goodは約94%と大きな差はなく、続いてfair, poorの順に生存割合が低く、健康感が悪いほど生存割合が低いという直感に合う結果が得られた。ログランク検定の有意確率が5%以下となっており、健康感の群ごとの生存率曲線に差があることを示している。

2.2 主観的健康感を考慮した生命表の作成

主観的健康感と疾患の有無を考慮してパネルデータを男女別に分析し、群ごとの生存率曲線を決定する。具体的には①主観的健康感と生存率、②疾患の有無と生存率、③主観的健康感・疾患と生存率の関係の有無を分析し、結果を生命表に反映する。詳細な分析結果は紙面の都合上省略する。

(1) 男性の生命表の作成

男性の場合、病気がない場合は主観的健康感による差はなく一定の生存率を持つが、病気がある場合には主観的健康感によって異なる生存率を持つことが分かった。そこで病気がある場合は、“excellent, very good”, “good, fair”, “poor”の3つの生存率、病気がない場合は一定の生存率を持つとし、図1に示したように4つの属性により生命表を区別する。この区分による生存割合が現時点でも当てはまると仮定し、分析データ全体の死亡率に対する区分ごとの死亡率の割合を第20回生命表の死亡率に乗じて、各主観的健康感に対する死亡率を算出する。図2に65歳に生存していた人の各年齢での生存率の関数を示す。

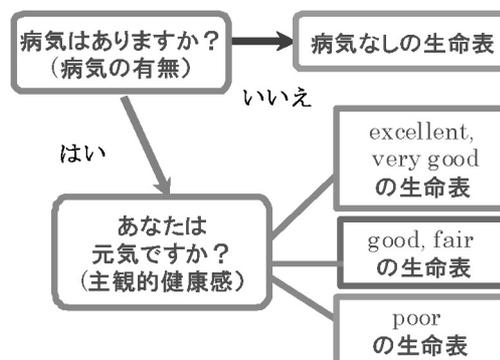


図1：男性の生命表の区分

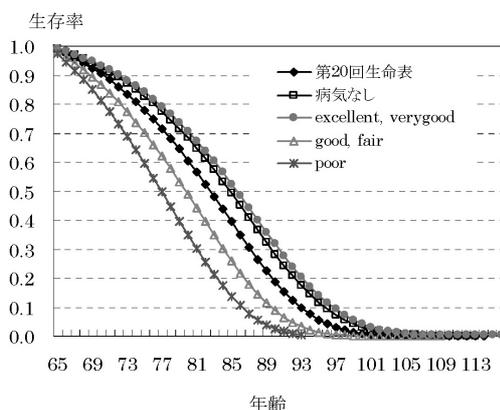


図2：男性の生存率関数

(2) 女性の生命表の作成

女性の生存率は病気の有無には依存せず、主観的健康感のみが影響するという結果が得られた。そこで、図3のように女性は3パターンの主観的健康感の区分 (“excellent~good”, “fair”, “poor”) にしたがって生命表を区別する。図2と同様に各主観的健康感ごとに死亡率を算出し、図4に生存率の関数を示す。

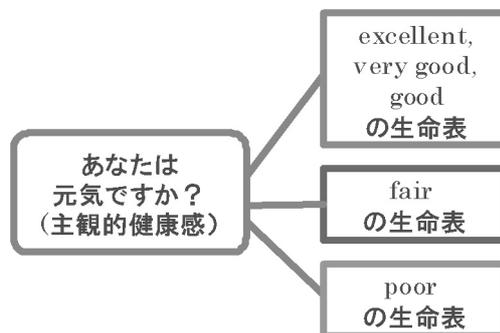


図3：女性の生命表の区分

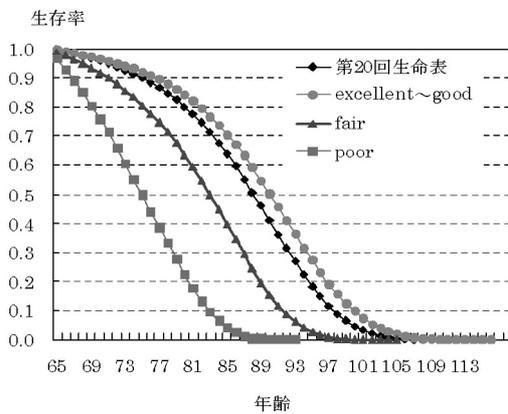


図4：女性の生存率の関数

3. モデルの設定

(1) 問題の構造

世帯主・配偶者の両方が死亡した場合を世帯の消滅と定義し、計画期間は退職時（65歳）から世帯消滅時点まで（最大 T 年間）とする。世帯主と配偶者のどちらかが生存している場合には所与の年金収入と最低生活費・医療費支出が発生すると仮定する。目的関数は、遺産動機の強さと資金不足のリスクの2点に着目し設定する。遺産動機の強さとして、遺産を残したい場合と遺産を残さずに最大限に消費したい場合の2パターンに対応できるように設定する³。世帯が消滅した時点もしくは計画最終時点の富を遺産として定義し、遺産を最大化するか、余剰消費を最大化するかを重み付けしたものを遺産動機の強さに着目した目的関数とする⁴。また、各時点で世帯が設定した目標額を下回る額の期待値をリスク尺度（1次の下方部分積率）と定義し、最小化する定式化も目的関数に加える。ただし、世帯の消滅時点（遺産発生時点）はシミュレーションパスによって異なるため、0時点の価値に割り戻す。不確実な死亡時点、医療費、リスク資産の収益率をパスで記述し、以下に示す最適な資産配分（リスク資産と無リスク資産）、夫婦それぞれの私的年金の購入額、余剰消費額を決定するモデルを構築する。

³ 遺産動機に関するモデルには①利己主義を前提としたライフ・サイクル・モデル（親は遺産を全く残さないか、余った場合のみ残すか、何らかの見返りがあった場合にのみ残す）②利他主義モデル（親は何の見返りがなくても子に遺産を残す）③王朝モデル（子が家または家業を継いでくれた場合にのみ親は子に遺産を残す）の3つがある。ホリオカ（2008）は遺産動機に関して個票データを用いた分析を行い、ほとんどの人の遺産動機は利己的または利他的であることを示している。

⁴ 世帯の消滅後は、年金収入、生活支出、余剰消費などは発生しないものとし、世帯主・配偶者の遺族の遺産となる。

- 0時点で資産配分を行い、1時点以降も T_R-1 時点まで毎時点リバランスを行う。老後における投資は消極的と考え、リスク資産への投資は65歳から T_R 年間とし、 T_R 時点以降はすべて無リスク資産で保持する⁵。
- 0時点で、私的年金への加入額を決定する。
- 1時点以降世帯消滅時点まで、各時点で最適な余剰消費を行う。

(2) 世帯

夫婦ともに65歳の世帯主と配偶者の2人のみの世帯を対象として、その家計を考える⁶。世帯におけるリスクは世帯主と配偶者の死亡および病気であり、世帯の収入や支出の構造は、これらのリスクが顕在化したときに変化すると仮定する。また、本研究では簡単のため、有価証券などの金融資産のみを考慮し、家屋や耐久消費財などの非金融資産は考慮しない。

(3) 収入：公的年金と私的年金

世帯収入は公的年金と0時点に加入する私的年金のみと仮定する。世帯の公的年金は、世帯主と配偶者それぞれの年金額（老齢基礎年金と老齢厚生年金）の合計で所与とする。世帯主が死亡した場合は、残された配偶者には遺族厚生年金が支給される。所得税、住民税、社会保険料の支払いおよびそれらの控除も考慮する。

より現実的なモデルを作成するため、私的年金として、かんぽ生命株式会社の実際の年金商品である15年保証期間付定額型終身年金保険（以降、定額型終身年金）を対象とする。0時点（65歳）で購入し、1時点後の66歳から支給が開始される1年据置型年金に加入できるものとする。簡単のため、税金はかからないと仮定する。

(4) 支出

生活支出は、最低生活費、医療費、余剰消費の3項目の合計とする。

①最低生活費

厚生労働省「全国消費実態調査」第21表⁷を用いて、公的年金給付額を説明変数、最低生活費⁸を被説明変数とする回帰分析を行う。得られた回帰式を用いて、公的年金給付額から最低生活費を求める。ただし、夫婦のどちらかが死亡した場合には、支出はある一定倍に減少すると設定する。

⁵ 5節の数値分析では、 $T_R=10$ とする。

⁶ 子どもがいる場合でも、別生計を立てていると仮定する。

⁷ 「高齢者夫婦世帯（夫65歳以上、妻60歳以上の夫婦のみの世帯）の、有業者の有無、公的年金・恩給受給額階級別1世帯当たり1か月間の収入と支出」を用いる。

⁸ 消費支出から内訳項目の「保健医療」の全額と「娯楽」の半額を差し引いたものを最低生活費と定義する。

②医療費

厚生労働省の「平成19年度国民医療費の概況」の人口一人当たり国民医療費データを用いる（5歳刻みのため線形補正する）。さらに、医療費は不確実で対数正規分布に従うと仮定する。

③余剰消費

最低生活費と医療費以外に消費する金額を余剰消費と定義し、計画済みの余剰消費と追加的な余剰消費の2種類のタイプを設定する。計画済みの余剰消費とは既に計画している消費であり、例えば70歳で海外へ旅行するか孫の入学祝を渡すなどで所与とする。一方、65歳時点では使い道が決まっていないが、世帯にとって最適な各時点の消費金額を追加的な余剰消費と定義し、最適化モデルを用いて導出する。

(5) 投資資産

無リスク資産とリスク資産に投資する。無リスク金利およびリスク資産の収益率の分布に対するランダムサンプルを生成し、リスク資産の価格を収益率から計算する。収益率は正規分布に従うと仮定する。

4. 多期間最適化モデルの概要

以下の点を考慮して、モデルを定式化する⁹。

- (1) 以下の3種類の目的を達成するために、その加重平均を目的関数として定式化する。以降、①と②の和をリターン尺度、③をリスク尺度とする。

- ①遺産を残したい：世帯消滅時点もしくは計画最終時点の富を遺産として定義し、その期待値の現在価値（0時点での価値）を大きくしたい
 ②遺産は残さずにできる限り消費したい：最低生活費と医療費以外の追加的な余剰消費額の期待値の現在価値の全時点の平均を大きくしたい
 ③資金不足を避けたい：各時点に保持すべき額（目標額）を下回る額の期待値（下方リスク尺度：1次下方部分積率）の現在価値の全時点の加重平均を小さくしたい

遺産動機の強さ m を余剰消費額と遺産額を重み付けるパラメータとして、 $m=0$ のときは「遺産は残さずにできるだけ使い切る」世帯、 $m=1$ のときは「遺産を残したい」世帯としよう。リスク回避係数を γ とすると、目的関数は以下のように記述できる。

$$\text{最大化 } m \times \text{期待富} + (1-m) \times \text{期待余剰消費} - \gamma \times \text{下方リスク}$$

- (2) 以下の4種類の決定変数に対する最適解を求め、最適な投資・年金戦略と追加的な余剰消

費を決定する。

- ① $0 \sim T_R - 1$ 時点のリスク資産の投資量
 ② $0 \sim T - 1$ 時点の無リスク資産（現金）
 ③ 0 時点での世帯主と配偶者の私的年金の購入単位数
 ④ $0 \sim T - 1$ 時点の追加的な余剰消費
- (3) 資金不足リスクを評価する目標額を設定する。計画最終時点（ T 時点）までに初期資産（富）を均等に消費すると仮定して、各時点の目標額を設定する。ただし、最終時点まで生存した場合のその後の生活費のために、 $65+T$ 歳以降の必要資金を消費しないと考え、計算する¹⁰。また、私的年金を購入した場合には将来受け取る私的年金の現在価値を目標額から除外する¹¹。
- (4) 資産運用以外のキャッシュ・イン・フローは公的年金、私的年金とし、キャッシュ・アウト・フローは最低生活費、医療費、余剰消費とする。

5. 数値分析

仮想の世帯に対して、様々な数値分析を行う。

5.1 設定条件

世帯主（男性）、配偶者（女性）ともに年齢は65歳で夫婦2人の家計とし、無職で、65歳以降の収入は公的年金のみとする。持ち家に住み、家賃、管理費、税金などの住宅コストはかからないものとする。リスク資産は株式のみとし、余剰資金は株式か無リスク金利で運用するか余剰消費として消費する。遺産は残さずにできるだけ使い切ることを考える。また、世帯主の主観的健康感“good, fair”，配偶者の主観的健康感“excellent ~ good”とする。

世帯主には老齢基礎年金（年額72万円）¹²と老齢厚生年金（年額150万円）、配偶者には老齢基礎年金（72万円）が支給され、世帯合計の支給額は294万円とする¹³。世帯は退職以前の貯蓄や退職金

¹⁰ 例えば、初期資産が2,000万円、30年後の必要資金が200万円の家計を想定した場合は、最終時点の資産が200万円になるように初期資産から毎年60万円（ $= (2,000 - 200) / 30$ ）ずつ減算した額を目標額とし、これを下回った額を不足分とする。

¹¹ 死亡した場合、保証期間以降は私的年金を受け取ることはできない。しかし、本研究では各パスに依存しない目標額を設定しているため、この点を考慮しない。

¹² 老齢基礎年金は40年間保険料を納めた場合に満額（平成20年度の満額支給額：792,100円）が支給される。

¹³ 可処分所得額は、両方が生存している場合280.8万円、世帯主が死亡した場合179.5万円、配偶者が死亡した場合207.8万円となる。

⁹ 数式は付録Aを参照のこと。

で2,000万円の初期資産を持っているとする。計画最終時点まで生存した場合の必要資金は200万円とする。

5.2 数値分析の概要

以下に示す3種類の分析を行う。計算機はLenovo ThinkPad T400s, Core2 Duo P9400 2.40GHz, 3GBメモリ, 数理計画ソフトウェアはNUOPT Ver.11.1 ((株)数理システム社)を用いる。リスク資産価格, 医療費, 世帯主, 配偶者の死亡発生の有無に対して乱数を3,000個×30期間分(パス数3,000本)を発生させる。サンプリング・エラーを小さくするために, 分析1の図6と分析2では乱数シードを変えた10ケース, 分析3では乱数シードを変えた50ケースを行い, その平均値を示す。

分析1: 基本分析

分析2: 遺産動機の違いによる比較: 7種類

分析3: 主観的健康感の違いによる比較: 9種類の組み合わせ(表2の9ケース)

表2: 各ケースの主観的健康感

世帯主	配偶者	excellent ~good (ex)	fair (fa)	poor (po)
excellent, very good (ex)		exex	exfa	expo
good, fair (go)		goex	gofa	gopo
poor (po)		poex	pofa	popo

※ 括弧内の記号を以降、略称として用いる

5.3 分析1: 基本分析

様々なリスク回避係数 γ に対して問題を解き, 得られた効率的フロンティアを図5に示す。定額型終身年金に加入した場合は私的年金なしに比べて外側に位置し, 効率性が上昇することが分かる。また, リスクとリターンのトレードオフ関係も確認できる。

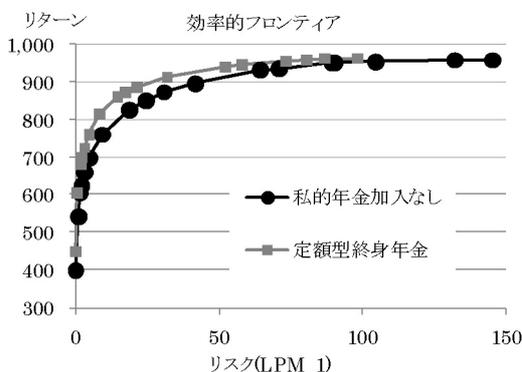


図5: 効率的フロンティア

図6にリスク回避係数が $\gamma=10$ のときの最適な家計の行動を示す。定額型終身年金は, 男性の場合88歳まで生存した場合, 無リスク金利で保持するより, 利回りが高くなる(保険料分の元が取れる)。男性の主観的健康感がgoの場合の88歳時点の生存率は18.0%と低く無リスク金利より損をする可能性が高くなる。一方で, 女性の場合は93歳まで生存しないと無リスク金利より利回りが高くない。女性の主観的健康感がexの場合の死亡率は41.1%であり, 利回りだけで考えると定額型終身年金に加入する方が損である。しかし, 男性は79万円(年額3.6万円支給)の年金への加入, 女性は1,219万円(年額47万円支給)の年金への加入を選択する。この理由は年金加入により, 目標額を下げることに等しい効果を与えることができ, リスクに対する感度を下げることができるからである。その結果, 私的年金に加入しない場合に比べて, リスク資産への投資額は減少するが, 現金(無リスク資産)に対するリスク資産への投資割合は増加し, 余剰消費の現在価値も7.6%増加する。これは, 直感とも一致しており, 老後の安定的な収入を得ることにより, より多くのリスク資産への投資や余剰消費を行うことができる。

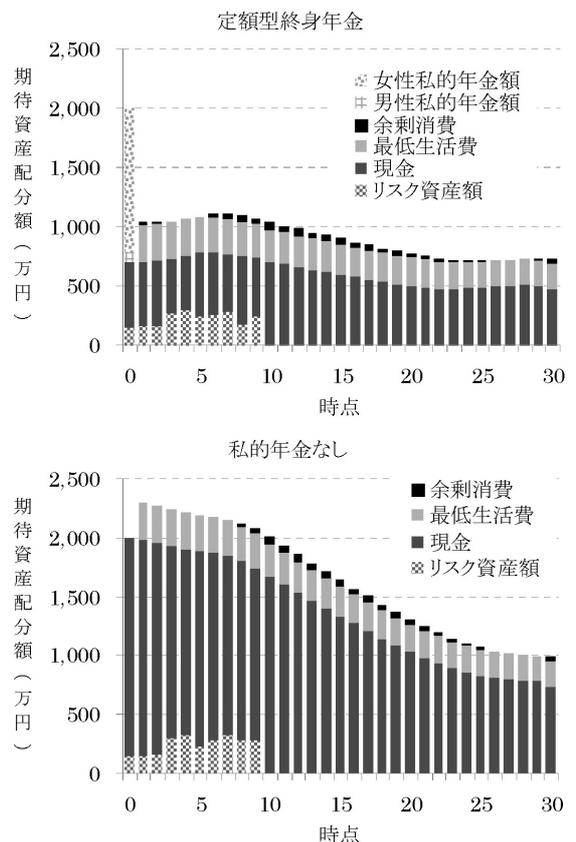


図6: 資金配分の推移

5.4 分析2：遺産動機の違いによる比較

分析1では「遺産を残さずに余剰消費で楽しみたい」と考え、分析を行った。分析2では遺産動機の強さによる違いが最適行動に与える影響を調べる。遺産動機の強さ m を変化させ、資産配分の比較を行う。 $m=0.0\sim 0.5$ (0.1刻み)、1.0のケースで分析を行う。ただし、余剰消費額と遺産額はオーダーが異なるので、 $m=0.5$ の場合が「余剰消費を楽しみたい」気持ちと「遺産を残したい」気持ちと同じであることを表していない。この値の検証も行う。

遺産動機の強さ m を変化させた場合の初期時点の資産配分を図7、9時点までのリスク資産への投資額を図8に示す。図7の0時点の資産配分をみると、 m が小さく、余剰消費を重視する場合は定額型終身年金に加入する割合が高い。余剰消費を最大化したい場合 ($m=0$)、男性の加入額より女性の加入額の方が大きくなる。その理由は、保険料は高いものの、無リスク資産より高い利回りを得られる年齢で生存する確率が女性の方が高いからである。余剰消費を望む場合、より多くの定額型終身年金に加入し、毎期の確実な収入を確保して目標額を下げ、リスクに対する感度を下げることによって、余剰消費額を大きくすることができる。一方、 m が0.3以上の場合には定額型終身年金への加入は選択されず、遺産額を増やす行動として、 m の値が大きいほどリスク資産への投資額は多くなる。定額型終身年金の利回りが無リスク金利より高くなるのは、男性は88歳、女性は93歳と高齢まで生きただけの場合に限られるため、それ以前に死亡した場合は、確実に遺産額が減少してしまうからである。図8をみると、初期時点だけでなく投資期間全体で見ても、 m の値が大きいほどリスク資産額は多くなる。

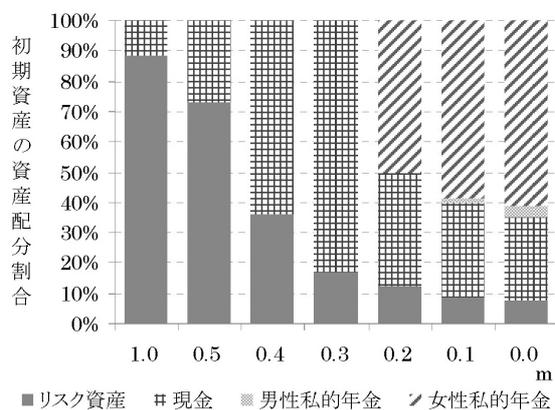


図7：初期時点の最適資産配分

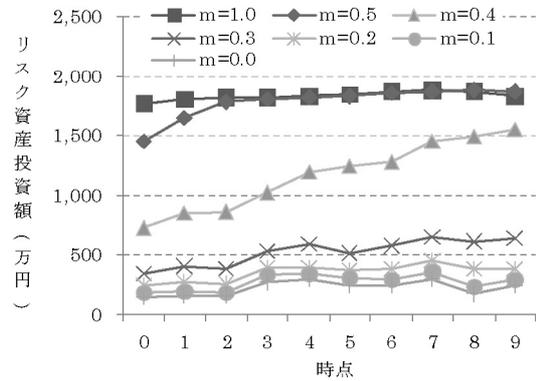


図8：各時点のリスク資産の平均投資額

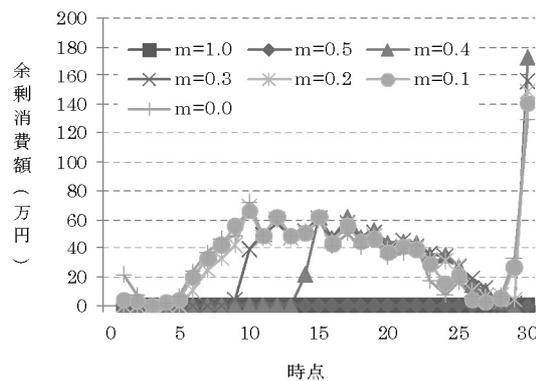


図9：各時点の余剰消費額

最終時点までの余剰消費額を図9に示す。 m が小さくなるほど余剰消費額が増加している。最終時点の余剰消費が増加するのは、早期に大きな余剰消費を行うと不足額が出た場合のリスクが大きく評価されるからである。今回の数値分析では、各期の公的年金に比べて生活費（医療費を含む）の方が多く、途中で不足が発生すると目標額の減少分でカバーできるまで不足が発生し続ける。そのため、最終時点の余剰消費で目的関数を最大化しようとする。例えば、10時点での目標額に対する不足分が200万円発生した場合、各期の収支に赤字がない場合でも、各期の公的年金に比べて生活費（医療費を含む）の方が多く、目標額は60万円ずつしか減少しないため、10時点から13時点の4期間で不足が発生し続けることになる。このため、早期にではなく、最終時点で目標額に近づくように余剰消費を考えると考えられる。

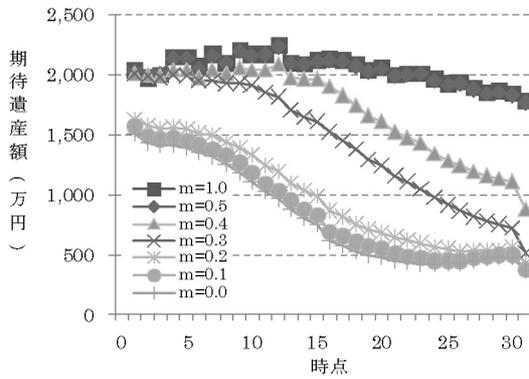


図10：各時点の遺産額

最終時点までの遺産額を図10に示す。mの大きさが小さくなるに従って、遺産額が小さくなっている。重み付けがうまく効いている。m=1とm=0.5はほぼ同じ推移をたどるため、m=0.5は遺産動機が大きい世帯を表している。m=1とm=0の中間に位置するのm=0.3である。m=0.3程度が遺産動機と余剰消費の重みが同程度の世帯と考えられる。

5.5 分析3：主観的健康感の違いによる比較

夫婦のさまざまな主観的健康感の組み合わせに対する分析を行う。分析1と同様に「遺産は残さずに余剰消費を大きくしたい」と考える。初期時点の資産配分を図11、私的年金合計額と健康感の差の関係を図12に示す。図11をみると、リスク資産の割合は約12%であり変わらないが、主観的健康感が異なると無リスク資産と私的年金の割合には差がある。

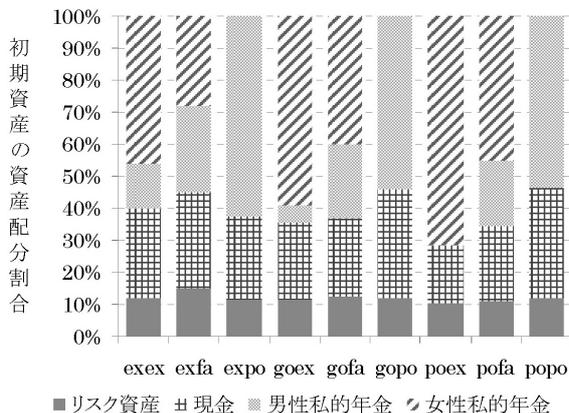


図11：初期時点の資産配分

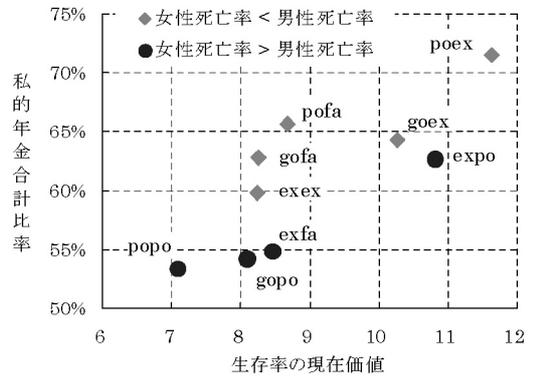


図12：私的年金合計額と健康感の差の関係

まずはじめに、主観的健康感の違いによる夫婦の私的年金への加入割合の違いをみてみよう。男性の主観的健康感が同じ場合、女性の主観的健康感が悪くなる（死亡率が高まる）につれて女性の私的年金の加入金額が減少する。この理由は死亡率が高いと年金に入っても（死亡したら保証期間終了後は年金を受け取れないので）損をする可能性が高いからである。その一方で、男性の私的年金の加入額が増加する。これは女性が死亡すると公的年金額が下がり、長生きリスクを回避するためである。

たとえば、男性の健康感をexとすると、女性の健康感が不健康になるにつれて（ex, fa, poの順に）、女性の私的年金の比率が46.0%, 27.9%, 0.0%と減少するのに対し、男性の私的年金の比率は13.8%, 26.9%, 62.7%と増加する。

女性の主観的健康感が同じ場合も同様であるが、少し特徴的である。女性の健康感がexの場合、その死亡率は男性のexの死亡率よりも低く、長生きリスクが大きくなる。そのため、女性は私的年金に多く加入することになり、ケースexexでは男性の私的年金の約3.3倍、ケースgoexでは約11倍、poexの場合には女性のみが私的年金に加入する。

一方、女性の健康感がpoの場合、その死亡率は男性の健康感がpoの死亡率よりも高いため、すべてのケースにおいて男性のみが私的年金に加入する。

次に、私的年金の合計額と主観的健康感の関係を見てみよう。男性が死亡した場合、女性が死亡するよりも公的年金の減少額は大きく、死亡率が同じであれば、男性に比べて女性の方が長生きリスクは大きい。したがって、女性の死亡率が男性の死亡率よりも低い主観的健康感の組み合わせでは私的年金に多く加入することが期待される。さらに、健康感の差が大きい（死亡率の差が大きい）方が公的年金が減額された状態で過ごす期間が長

くなるため、私的年金に多く加入することが期待される。一方で、夫婦ともに不健康だと世帯が消滅する可能性が高まるので、長生きリスクは低くなり、私的年金のニーズは少なくなる。

男女合わせて死亡率を低い（健康感の高い）順番に並べると、女性ex, 男性ex, 女性fa, 男性go, 男性po, 女性poである。女性の死亡率が男性の死亡率よりも低いケースで健康感の差が大きい順に記述すると、poex, goex, pofa, gofa, exexとなる。また、男性の死亡率が女性の死亡率よりも低いケースで健康感の差が大きい順に記述すると、expo, exfa, gopo, popoとなる¹⁴。健康感の差が大きいと、どちらかのみが生存する確率が高まると考え、その生存率の現在価値（金利0.5%で割引）を「健康感の差」として定義する。図12を見ると、これらには強い関係があり（相関係数は0.791）、どちらかのみが生存する確率が高まると私的年金への加入金額が高くなることがわかる。

次に、9時点までのリスク資産への投資比率を図13、最終時点までの余剰消費額を図14に示す。

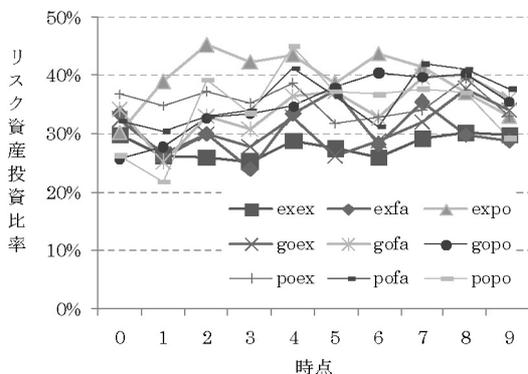


図13：各時点のリスク資産投資比率

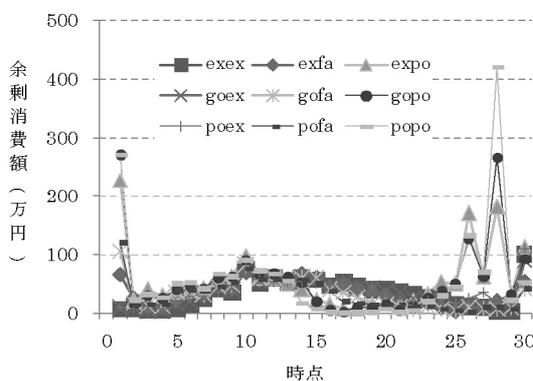


図14：各時点の余剰消費額

図13をみると、リスク資産の投資比率はあまり安定的ではない¹⁵。主観的健康感の違いにより、投資比率の水準は異なる。図14をみると、女性の主観的健康感がpoのときに余剰消費が多くなっている。94歳（29時点）で生存率が0%になり、女性の長生きリスクが小さいため、26~28時点で余剰消費が多くなる。同様に1時点でも多い。それ以外ほどの主観的健康感でも同様に余剰消費を行うことが分かる。

6. おわりに

本研究では、退職時点においてファイナンシャル・プランナーが利用可能なモデル化を行い、様々な数値分析を行った。本研究の主な特徴は以下の3点である。

- ①より現実的な制約条件を組み込むことが容易で（モデル化が柔軟で）、汎用性・拡張性が高いシミュレーション型多期間最適化モデルによって定式化し、最適解を求めた。
 - ②遺産動機の違いを目的関数に反映させ、その影響を調べた。
 - ③主観的健康感ごとに作成した生命表をモデルに反映させ、数値分析を行い、私的年金の購入額との関係を明らかにした。
- 今後もより現実的なモデル化を行うとともに、退職時点までのモデルとの融合を検討する。

謝辞

本研究は科研費・基盤研究（C）（21510158）の助成を受けたものである。また、2節の主観的健康感に関する分析をするに当たり、東京大学社会科学研究所附属社会調査・データアーカイブ研究センターSSJデータアーカイブから「老研-ミシガン大学全国高齢者パネル調査<Wave1（1987）、Wave2（1990）、Wave3（1993）>」（東京都健康長寿医療センター研究所（寄託時東京都老人総合研究所）、ミシガン大）の個票データの提供を受けました。

参考文献

- Gupta, A. and Z. Li (2007), “Integrating Optimal Annuity Planning with Consumption-Investment Selections in Retirement Planning”, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol.41, pp.96-110.
- Hibiki, N. (2007), “Multi-period optimization model

¹⁴ 夫婦ともに不健康な世帯のケースは、popo, gopoであるが、結果的にどちらかのみが生存する確率も低くなる。

¹⁵ 初期時点の投資比率は私的年金への投資額も含めているが、1時点以降の投資比率はリスク資産と無リスク資産の和に対する割合であるので、0時点の投資比率は図11とは異なる。

for a household, and optimal insurance design”, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.50, No.4, pp.463-487.

Horneff, W.J., R.H. Maurer, O.S. Mitchell and I. Dus (2008), “Following the Rules: Integrating Asset Allocation and Annuitization in Retirement Portfolios”, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol.42, pp.396-408.

Horneff, W.J., R.H. Maurer and M.Z. Stamos (2008), “Optimal Gradual Annuitization: Quantifying the Costs of Switching to Annuities”, *The Journal of Risk and Insurance*, Vol.75, No.4, pp.1019-1038.

枇々木規雄 (2008), 「家計のファイナンシャル・プランニングのための多期間最適化モデル」, ファイナンシャル・プランニング研究, No.8 (2008), pp.32-42.

枇々木規雄, 小守林克哉 (2006), 「多期間最適資産形成モデル—実践的なモデルへの拡張—」, 日本保険・年金リスク学会誌, Vol.2, No.1, pp.3-31.

枇々木規雄, 小守林克哉, 豊田暢子 (2005), 「多期間最適化手法を用いた世帯の資産形成モデル」, 日本保険・年金リスク学会誌, Vol.1, No.1, pp.45-68.

ホリオカ, C.Y. (2008), 「日本における遺産動機と親子関係：日本人は利己的か, 利他的か, 王朝的か?」, 大阪大学社会経済研究所, Discussion Paper No.712.

三徳, 高橋, 星 (2006), 「主観的健康感と死亡率の関連に関するレビュー」, 川崎医療福祉学会誌, Vol.16, No.1, pp.1-10.

Milevsky, M.A., K.S. Moore and V.R. Young (2006), “Asset Allocation and Annuity-Purchase Strategies to Minimize the Probability of Financial Ruin”, *Mathematical Finance*, Vo.16, No.4, pp.647-671.

Milevsky, M.A. and V.R. Young (2007), “Annuitization and Asset Allocation”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.31, pp.3138-3177.

Pang, G. and M. Warshawsky (2010), “Optimizing the Equity-Bond-Annuity Portfolio in Retirement - The Impact of Uncertain Health Expenses”, *Insurance: Mathematics and Economics*, Vol.46, pp.198-209.

付録

A 多期間最適化モデルの定式化

A.1 記号

(1) パラメータ

(A) モデルに関するパラメータ

I : パス数. パスの添字 i の要素 ($i = 1, \dots, I$) の記述は以降省略する.

T : 計画期間数. 時点の添字は t で表す.

T_R : リスク資産の投資期間

(B) リスク発生の有無に関するパラメータ

$\tau_{DM,t}^{(i)}$: パス i において, 世帯主が死亡した時点以降では 1, 生存時点では 0 の値をとる.

$\tau_{LM,t}^{(i)}$: パス i において, 世帯主が死亡した時点で 1, その他の時点では 0 の値をとる.

$\tau_{DF,t}^{(i)}$: パス i において, 配偶者が死亡した時点以降では 1, 生存時点では 0 の値をとる.

$\tau_{E,t}^{(i)}$: パス i において, 配偶者が死亡した時点で 1, その他の時点では 0 の値をとる.

$\tau_{D,t}^{(i)}$: パス i において, 世帯消滅時点以降では 1, それ以外の時点では 0 の値をとる.

$$\tau_{D,t}^{(i)} = \tau_{DM,t}^{(i)} \times \tau_{DF,t}^{(i)}$$

$\tau_{L,t}^{(i)}$: パス i において, 世帯が消滅した時点もしくは計画最終時点で 1, それ以外の時点では 0 の値をとる.

$\lambda_{LM,t}$: 0 時点で生存している世帯主の t 時点での

$$\text{死亡率: } \lambda_{LM,t} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \tau_{LM,t}^{(i)}$$

$\lambda_{LF,t}$: 0 時点で生存している配偶者の t 時点での

$$\text{死亡率: } \lambda_{LF,t} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \tau_{LF,t}^{(i)}$$

※ $\lambda_{LM,t}$, $\lambda_{LF,t}$ は 2 節の結果を用いて, 主観的健康感ごとに異なる死亡率を用いる.

(C) 資産に関するパラメータ

ρ_0 : 0 時点のリスク資産価格

$\rho_t^{(i)}$: t 時点のパス i のリスク資産価格 ($t = 1, \dots, T_R$)

r_{t-1} : $t-1$ 時点 (期間 t) の金利 ($t = 1, \dots, T$)

df_t : t 時点の割引係数 ($t = 1, \dots, T$)

$$df_t = \frac{1}{\prod_{k=0}^{t-1} (1+r_k)}$$

(D) 世帯の収入と支出に関するパラメータ

$P_t^{(i)}$: t 時点のパス i の世帯の可処分所得 (私的年金は含まない) ($t = 1, \dots, T$)

$C_{d,t}^{(i)}$: t 時点のパス i の最低生活費 (医療費は含まない) ($t = 1, \dots, T$)

$H_t^{(i)}$: t 時点のパス i の世帯の医療費 ($t = 1, \dots, T$)

$C_{a1,t}^{(i)}$: t 時点で計画済みの余剰消費 ($t = 1, \dots, T$)

W_0 : 初期富

A_M : 0 時点で世帯主が加入する私的年金の単位当たり価格

A_F : 0 時点で配偶者が加入する私的年金の単位当たり価格

a_M : 0 時点で世帯主が加入する私的年金の単位当たりの給付額

a_F : 0 時点で配偶者が加入する私的年金の単位当たりの給付額

T_g : 私的年金の支払い保証期間

(E) その他のパラメータ

κ_1 : 世帯主または配偶者のどちらかの死亡により消費・余剰消費を抑える割合

$g_t^{(i)}$: t 時点のパス i の消費割合 (夫婦 2 人が生存していれば 1, 世帯主または配偶者のどちらかが生存していれば κ_1 , 世帯が消滅していれば 0)

$$g_t^{(i)} = (1 - \tau_{D,t}^{(i)}) \left\{ 1 - (\tau_{DM,t}^{(i)} + \tau_{DF,t}^{(i)}) (1 - \kappa_1) \right\}$$

γ : リスク回避係数

$\omega_{R,t}$: t 時点のリスク値の重み係数 ($t = 1, \dots, T$).

ただし, $\sum_{t=1}^T \omega_{R,t} = 1$ とする.

L_v : 無リスク資産の平均投資比率の下限值

L_c : 無リスク資産の下限值

$W_{G,t}$: t 時点の目標額 ($t = 1, \dots, T$)

(2) 決定変数

z_t : t 時点のリスク資産への投資量

($t = 0, \dots, T_R - 1$)

v_0 : 0 時点の無リスク資産

$v_t^{(i)}$: t 時点のパス i の無リスク資産 ($t = 1, \dots, T$)

x_M : 0 時点の世帯主の私的年金の加入単位数

x_F : 0 時点の配偶者の私的年金の加入単位数

$C_{\alpha 2,t}$: t 時点の追加的な余剰消費 ($t = 1, \dots, T$)

$q_t^{(i)}$: t 時点のパス i の目標額を下回る額 ($t = 1, \dots, T$)

A.2 収支, 年金のキャッシュ・フロー, 目標額

資産運用以外のキャッシュ・フローを (1)~(4) 式に示す. キャッシュ・イン・フローは公的年金, 私的年金 (定額型終身年金) であり, キャッシュ・アウト・フローは最低生活費, 医療費, 余剰消費である. また, 将来の年金受取額の現在価値を考慮した富の目標額 $W_{G,t}^-$ を (5) 式に示す.

$$D_0^- = A_M x_M + A_F x_F \quad (1)$$

$$D_t^{+(i)} = \begin{cases} P_t^{(i)} + a_M x_M + a_F x_F & (t = 1, \dots, T_g) \\ P_t^{(i)} + a_M x_M (1 - \tau_{DM,t}^{(i)}) + a_F x_F (1 - \tau_{DF,t}^{(i)}) & (t = T_g + 1, \dots, T) \end{cases} \quad (2)$$

$$D_t^{-(i)} = C_{d,t}^{(i)} + H_t^{(i)} + C_{\alpha 1,t}^{(i)} + g_t^{(i)} C_{\alpha 2,t} \quad (t = 1, \dots, T) \quad (3)$$

$$D_t^{(i)} = D_t^{+(i)} - D_t^{-(i)} \quad (t = 1, \dots, T) \quad (4)$$

$$W_{G,t}^- = W_{G,t} - \sum_{k=t+1}^T df_k (a_M x_M + a_F x_F) \quad (t = 1, \dots, T) \quad (5)$$

A.3 モデルの定式化

遺産と余剰消費の加重平均から全時点の 1 次下部分積率の加重平均を差し引いた値を最大化す

るモデルとして定式化する¹⁶.

$$\begin{aligned} \text{最大化} \quad & m \times \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I df_T W_T^{(i)} \\ & + (1 - m) \times \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T g_t^{(i)} df_t C_{\alpha 2,t} \\ & - \gamma \left\{ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (1 - \tau_{D,t}^{(i)}) \omega_{R,t} df_t q_t^{(i)} \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

制約条件

$$\rho_0 z_0 + v_0 + D_0^- = W_0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \rho_1^{(i)} z_0 + (1 + r_0) v_0 + D_1^{(i)} \\ = \rho_1^{(i)} z_1 (1 - \tau_{D,1}^{(i)}) + v_1^{(i)} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \rho_t^{(i)} z_{t-1} (1 - \tau_{D,t-1}^{(i)}) + (1 + r_{t-1}) v_{t-1}^{(i)} + D_t^{(i)} \\ = \rho_t^{(i)} z_t (1 - \tau_{D,t}^{(i)}) + v_t^{(i)} \\ (t = 2, \dots, T_R - 1) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \rho_{T_R}^{(i)} z_{T_R-1} (1 - \tau_{D,T_R-1}^{(i)}) \\ + (1 + r_{T_R-1}) v_{T_R-1}^{(i)} + D_{T_R}^{(i)} = v_{T_R}^{(i)} \end{aligned} \quad (10)$$

$$(1 + r_{t-1}) v_{t-1}^{(i)} + D_t^{(i)} = v_t^{(i)} \quad (t = T_R + 1, \dots, T) \quad (11)$$

$$W_t^{(i)} + q_t^{(i)} \geq W_{G,t}^- \quad (t = 1, \dots, T) \quad (12)$$

$$v_0 \geq L_v (\rho_0 z_0 + v_0) \quad (13)$$

$$v_t^{(i)} \geq L_c \quad (t = 1, \dots, T) \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^I v_t^{(i)} \geq L_v \sum_{i=1}^I W_t^{(i)} \quad (t = 1, \dots, T_R - 1) \quad (15)$$

$$z_t \geq 0 \quad (t = 0, \dots, T_R - 1) \quad (16)$$

$$q_t^{(i)} \geq 0 \quad (t = 1, \dots, T) \quad (17)$$

$$C_{\alpha 2,t} \geq 0 \quad (t = 1, \dots, T) \quad (18)$$

$$0 \leq x_M \leq 1 \quad (19)$$

$$0 \leq x_F \leq 1 \quad (20)$$

ここで, (8)~(12), (14), (17) 式では ($i = 1, \dots, I$) の記述を省略している. $W_t^{(i)}$ は t 時点のパス i の世帯の富を表し, (8) 式の値が $W_1^{(i)}$, (9)~(11) 式の値が期中の富 $W_t^{(i)}$ ($t = T$ のときは最終時点の富) を表す. 上記の定式化をするにあたり, (1)~(5) 式を考慮する必要がある.

¹⁶ 終身年金は 15 年保証期間付であるため, 死亡時の富が遺産額にはならない. そのため, 保証期間中の年金額を受け取るとともに, 最終時点まで無リスク金利で運用すると想定し, 最終時点の富の現在価値を目的関数とする. τ 時点で死亡した場合, $\tau + 1$ 時点以降の富は以下のように記述できる.

$$v_{\tau+k}^{(i)} = \begin{cases} W_{\tau+k-1}^{(i)} (1 + r_{\tau+k-1}) + a_M x_M + a_F x_F & (k = 1, \dots, T_g - \tau) \\ W_{\tau+k-1}^{(i)} (1 + r_{\tau+k-1}) & (k = T_g - \tau + 1, \dots, T - \tau) \end{cases}$$

これらは, (8)~(11) 式によって記述される.