

## 特集 学会賞

# 個別性と歪みを考慮した住宅価格分析と パーソナルファイナンスへの応用

中央大学大学院 国際会計研究科 石島 博/*Hiroshi ISHIJIMA*

株式会社野村総合研究所 谷山 智彦/*Tomohiko TANIYAMA*

### キーワード (Key Words)

不動産の価格とリスク (real estate price and risk), ヘドニックモデルの一般化 (generalized hedonic model), 混合効果モデル (mixed effect model), 住宅価格インデックス (house price index), 不動産評価ツール (real estate valuation tool)

### 〈要 約〉

本論文では、住宅の価格とリスクを分析評価するフレームワークとして、完全競争均衡価格からの「歪み」と、住宅に同じものは一つとしてないという「個別性」を考慮することができることに特徴を持つ、べき乗線形混合効果モデルを構築した。具体的には、住宅の完全競争均衡価格は、保有する属性量を属性単価で重み付けをした線形構造として表現されるが、住宅の個別性によって属性単価は大きく変動しうるため、属性単価を全ての住宅について共通な固定単価と、個別性に起因する変動単価に分離して捉えた。

その上で、我が国の住宅市場において実証研究を行い、地域クラス毎に属性価格が確率変動し、これを反映して住宅価格が形成されていること、そして住宅価格インデックスの構築を通じ、住宅価格自体も大きく確率変動していることを明らかにした。また、地域クラス毎の住宅価格インデックスを構築し、その変動がクラス毎に大きく異なることを明らかにした。

さらに、消費者やファイナンシャル・プランナーが、住宅に関する意志決定等において、その価格とリスクを低コストで分析評価することができる、地図と連動した簡易的なツールのあり方についても考察し、収集すべき住宅情報、付加価値の高い加工方法、そして公開方法等の今後の検討の方向性について示した。

### 目 次

1. はじめに
2. 不動産の価格とリスクの分析評価モデル
3. 住宅価格の実証分析 1：住宅価格の歪みと個別性
4. 住宅価格の実証分析 2：不動産価格インデックスと不動産価格の変動リスク
5. 不動産価格リスク評価システムとパーソナルファイナンスへの応用
6. まとめと今後の研究

#### 1. はじめに

一般の個人にとって、不動産、特に住宅は、人生最大の買い物であり、その所有がライフプラン上の目標となる資産である。そのため、個人の住宅取得は、家計のキャッシュフローと資産形成に多大な影響を及ぼしている。

このような個人にとっての最大の資産である住宅を、多様なライフプランの中で有効に利活用し、その資産価値を保全しつつ、同時に住宅ローン等も併せてどのように検討すべきなのは、ファイナンシャル・プランナーにとっては極めて重要なテーマである。

そして、経済・社会環境の変化に伴い、住宅についての考え方も、時代の変化とともに変容しつつある。住宅を単に所有するだけではなく、利用するという観点から捉えたり、その特徴や品質等、何らかの豊かさや付加価値を重視する傾向も強まっている。さらに、個人のライフプランも多様化しつつあるため、資産としての住宅は、単なる売買に留まることなく、その資産価値を定期的に把握し、資産価値を高める努力をすることにも、重要な意義があると考えられる。

しかし、一般に、住宅は個別性が強く、その適

正価格の把握が困難であると言われている。住宅の個別性とは、不動産の種々の属性、例えば、立地、職場・学校・最寄駅などからの距離、間取り、機能性、売り主、施工主、管理会社、周辺環境などである。特に、個々人によって住宅の個別性に対する好み（選好）は異なるため、市場における妥当な価格と、個々人にとっての妥当な価格は乖離していることが多い。

さらに、住宅の種々の属性に対する個人の選好は時間とともに変化する。転勤、子供の教育環境の変化、バリアフリー対応、環境配慮、そして昼からフローリング等への日本人の社会的習慣の変化などもある。これら住宅の多様な個別性と、それらの個別性に対する選好を重視して、個人は住宅に関する意思決定を行う必要があるだろう。

そのため、住宅の売買等に関する意思決定問題を考える場合、住宅の価格は、この属性、換言すれば品質というものが大きな構成要素となっていることは間違いないであろう。これは金融資産には見られない、実物資産である住宅独自の特徴である。

そのため、個人が住宅に関する意思決定を行う場合、これらの個々の属性に対する選好と照らし合わせ、実際の販売価格について判断する必要がある。

実際、住宅をはじめとする不動産の価格分析のアプローチの一つとして、ヘドニック・モデルがよく用いられる。いくつかの技術的条件の下で、不動産価格は次のように表現される：

$$\begin{aligned} & \text{不動産 } i \text{ の価格} \\ &= \sum_j (\text{不動産が共有する属性 } j \text{ の単価}) \\ & \times (\text{不動産 } i \text{ が保有する属性 } j \text{ の量}) \quad (1) \end{aligned}$$

しかしながら、このヘドニック・モデルによって与えられる不動産価格は、完全競争市場において成立する均衡価格であることに注意すべきであろう。したがって、現実の不動産価格を分析するに際しては、少なくとも2つの問題点があると考えられる。第一に、現実の不動産では、同じものは一つとしてないという「個別性」があり、これがどのように現実の不動産価格に反映されるのかという問題がある。第二に、現実の不動産取引価格には、流動性の欠如、情報の非対称性などに起因した、完全競争均衡価格からの「歪み」が存在する可能性がある。これらの観点より、不動産価格の個別性と歪みを考慮した、住宅の価格とリスクを分析評価するフレームワークを構築する。

さらにその上で、消費者やファイナンシャル・

プランナーが、パーソナル・ファイナンスの一つの大きなテーマである、不動産購入・売却に伴う意志決定等において、住宅の価格とリスクを低コストで分析評価することができる、地図と連動した簡易的なツールのあり方についても考察することとする。

本論文は以下のように構成される。第2節では、先行研究に基づき、個別性と歪みを考慮した住宅の価格とリスクを分析評価するモデルを構築する。第3節、および第4節では、我が国のマンション取引市場における、直近の取引価格を用いた実証分析を行う。第5節では、パーソナル・ファイナンスに活用できる、住宅の価格とリスクをリアルタイムに分析できるツールのあり方について、検討する。第6節で、まとめと今後の研究について述べる。

## 2. 不動産の価格とリスクの分析評価モデル

本節では、不動産価格評価に関連する先行研究をレビューし、これを踏まえた適切な不動産の価格とリスクの分析評価モデルを提案する。

### 2.1 先行研究

石島-前田（2009）は、不動産価格評価の一般的な理論フレームワークを構築した。以下に要約を行う。ここでは、完全競争市場における、均衡不動産価格、および均衡不動産賃料の評価公式を導出している。その評価公式は、以下のようによまとめられる。

均衡不動産賃料の源泉は、不動産が有する属性である。つまり、均衡不動産賃料は、保有する属性量にその属性単価を掛け合わせた総和として与えられる。ここで、属性単価は、属性・消費間の限界代替率として表現される。

一方、均衡不動産価格は、将来にわたって発生する均衡不動産賃料の現在価値の期待総和として与えられる。したがって、均衡不動産価格は、3ステップの結果、求めることができる。

（ステップ1）将来にわたって発生する均衡不動産賃料を、保有する属性量にその単価を掛け合わせた総和として求める。

（ステップ2）将来の各時点で発生する均衡不動産賃料を、異時点間の限界代替率という確率的割引ファクターによって現在価値へと割り引く。

（ステップ3）均衡不動産価格を将来の均衡不動産賃料の現在価値の期待総和として求める。

先行研究との関連で言えば、均衡不動産賃料はヘドニック・モデルを拡張したフレームワークの

中で捉えることができる。一方、均衡不動産価格はDCF法を拡張したフレームワークの中で捉えることができる。

さらに、その理論フレームワークより、不動産価格分析で良く用いられる2つのモデルが導出されることも示している。

第1に、ヘドニック・モデル (hedonic model) の導出を行っている。その原型的な考え方は、Court (1937) によって自動車の価格要因分析に用いられたものであるが、Lancaster (1966) や Rosen (1974) によってその理論の整備がなされた。その後の研究としては、Epple (1987), Anderson et al. (1992), Feenstra (1995), Ekeland et al. (2004) などが挙げられる。また、我が国においても、吉田ら (2003) やその中で引用されている論文において、研究が行われている。

均衡不動産賃料について、ヘドニック性が成立することは自明である。一方、均衡不動産価格については、以下の2つの仮定が成立するときに限って、ヘドニック性が成立する。

(仮定1) 不動産が保有する属性量が時間に依らず一定値を取ること。例えば、最寄駅からの徒歩時間や広さという属性量は一定であると見なして良いであろう。

(仮定2) 不動産の利用率 (1-空室率) が、時間に依らず一定である、あるいは不動産に依らず一定値を取ること。

第2に、Case-Shiller (1989) のリピート・セールス・モデル (Weighted Repeated Sales Index) の導出を行っている。先行研究において、リピート・セールス・モデルは先験的に提示されるだけであり、その理論的根拠は説明されてこなかった。一方、石島-前田 (2009) が明らかにしたのは、不動産の対数価格の分散が時間に依らず一定値を取るという技術的な仮定が成立するとき限り、リピート・セールス・モデルが妥当性をもってはじめて定式化される、ということである。

## 2.2 不動産の価格とリスクの評価分析モデル

石島-前田 (2009) の理論モデルは、ある技術的な条件下で、ヘドニック・モデルを拡張した表現となる。重要なことは、不動産の完全競争均衡価格は、保有する属性量を属性単価で重み付けをした線形構造として表現されるということである。これは、ファイナンス理論でいう「無裁定条件」に対応している (例えば、Luenberger 1997)。つまり、ヘドニック・モデルは期待効用最大化原理に基づいて導出されているため、無裁定条件が成立していなければならず、従って、価格評価は属性量について線形となる。

しかしながら、本モデルは、理論としては妥当であると考えられるが、現実の不動産価格や不動産賃料を説明しうるモデルとはなっていない可能性がある。第一に、不動産価格は線形構造から歪んでいる可能性がある。これは、不動産取引市場は必ずしも完全競争にあるとは言えず、また、情報の非対称性や流動性の欠如などに起因すると考えられる。第二に、不動産には強い個別性がある。例えば、都心3区に立地する不動産の1平米あたりの単価は、それ以外のものと大きく異なっているであろう。同じ都心3区に立地していたとしても、道を一本あるいは1ブロック隔てれば、1平米あたりの単価は大きく異なりうる。また、オフィス・商業・住居といった不動産の用途によっても、1平米あたりの単価は大きく異なっているであろう。このような、立地・地域や用途は、不動産の属性に帰着することは不適切である。不動産の属性は、すべての不動産に共通して保有され、そこから得られる便益を消費することによって、不動産価値が決定されるからである。しかしながら、立地・地域や用途などに起因する個別性によって、属性単価は大きく変動しうる。つまり、属性単価は、すべての不動産について共通する固定単価と、個別性に起因する変動単価に分離して捉える方がより適切であろう。以上の2つの観点より、石島-前田 (2009) の理論モデルに基づき、実際の不動産価格の形成要因をより詳細に分析しうる統計モデル「Box-Cox変換付き線形混合効果モデル (Box-Cox Transformed Linear Mixed Effect Model)」あるいは「べき乗線形混合効果モデル (Power-linear Mixed Effect Model)」を提案する。

このモデルは、統計学で、「線形混合効果モデル (Mixed Effect Model)」あるいは「ランダム係数モデル (Random Coefficient Model)」と呼ばれるものの1つである。経時データ (longitudinal data) やパネルデータ (panel data) を分析する際に有用とされ、近年盛んに研究されるようになったものである (Hsiao, 2003, Fitzmaurice et al., 2004, McCulloch et al. 2008)。

以下に、本研究で提案する統計モデルを具体的に述べる。上記第一の観点より、被説明変数として、不動産価格自体  $H_i$  ではなく、これにBox-Cox変換 (べき乗変換) を施した不動産価格を用いる。

$$H_i^*(\lambda) := \begin{cases} \frac{H_i^\lambda - 1}{\lambda} & (\lambda \neq 0 \text{ のとき}) \\ \log H_i & (\lambda = 0 \text{ のとき}) \end{cases} \quad (2)$$

この(2)式は、 $\lambda$ に依らず  $(H_i, H_i^*(\lambda)) = (1, 0)$  を原点とする、いわゆるBox-Cox変換 (1964) で

ある。

この変換において、 $\lambda = 1$  のときは、 $H_i^*(\lambda)$  と  $H_i$  は線形関係にあることになる。逆に、 $\lambda$  が 1 から離れていくほど、両者の間の線形関係は崩れていくことになる。したがって、このBox-Cox変換後の線形回帰モデルに対するデータの当てはまりが、例えばAICの意味で良くなるように、最適な  $\lambda$  を推定し、その  $\lambda$  をもって、「市場の歪みの度合い」を表す、と解釈することができる。Box-Cox変換パラメータ ( $\lambda$ ) が不動産価格の歪みを表す。  $\lambda$  が 0 のときには、被説明変数は、不動産の対数価格となる。つまり、ヘドニック・モデルによって不動産価格を分析するとき、先験的に良く用いられている方法も包含する。

一方、上記第二の観点より、説明変数にかかる属性単価たる係数を、混合効果モデルによって、固定効果 ( $\beta$ ) と変動効果 ( $\nu$ ) に分離して推定する。そのベンチマークとして、ヘドニック・モデルの実証分析にて従来用いられてきた固定効果モデルも用いることとする。

### 固定効果モデル

$N^H$  個の不動産があるとする。このとき、不動産  $j$  の価格にBox-Cox変換を施したべき乗価格  $H_j^*(\lambda)$  を被説明変数とする。そして、不動産  $j$  に含まれる属性  $k$  を  $x_j^{(k)}$  ( $k = 1, \dots, K$ ) を説明変数とする。さらに、同じく説明変数としての  $x_j^{(l)}$  は、不動産  $j$  が不動産クラス  $l$  に属するときだけ 1 を取るダミー変数とする。ここで、不動産クラスとは、不動産が立地する地域などによる分類のことをいう。

このとき、固定効果モデルでは、切片と説明変数の両方を固定効果として扱う。つまり、不動産のべき乗価格の属性による単純な線形回帰モデルである。切片を、単一の定数と見るか、 $N$  個の不動産クラスについてのダミー変数によって複数に分離して置き換えるかによって以下の 2 つのモデルを考える。

モデルF1: 切片を定数とする固定効果モデルである。

$$H_j^*(\lambda) = \beta^{(0)} + \sum_{k=1}^K x_j^{(k)} \beta^{(k)} + \varepsilon_j. \quad (3)$$

モデルF2: 切片を地域クラスに関するダミー変数で置き換えた固定効果モデルである。

$$H_j^*(\lambda) = \sum_{l=1}^N x_j^{(l)} \beta^{(l)} + \sum_{k=1}^K x_j^{(k)} \beta^{(k)} + \varepsilon_j. \quad (4)$$

### 混合効果モデル

不動産クラスが  $N$  個あるとする。変量効果モデルは、不動産クラス  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) に属する不動産  $j$  ( $1, \dots, n_i$ ) のべき乗価格を、固定効果と変量効果によって説明する。各クラス  $i$  に属するデータ数は、同一でなくても良く、そのバランスの欠いたデータ数を  $n_i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) とし、 $\sum_{i=1}^N n_i = N^H$  とする。このとき、被説明変数であるべき乗価格を  $H_{ij}^*(\lambda)$ 、説明変数である不動産クラス  $i$  に属する不動産  $j$  に含まれる属性  $k$  を  $x_{ij}^{(k)}$  ( $k = 1, \dots, K$ ) と書く。同じく説明変数としての  $x_{ij}^{(l)}$  ( $l = 1, \dots, N$ ) は、不動産クラス  $i$  に属する不動産  $j$  が、不動産クラス  $l$  に属するとき、つまり、 $i=l$  のときだけ 1 を取るダミー変数である。

このとき、すでに述べた 2 つの固定効果モデルのそれぞれにおいて、説明変数を混合効果として扱うことにより個別性を考慮した、以下 2 つの混合効果モデルを考える。

モデルR1: モデルF1において、説明変数を混合効果とするモデルである。

$$H_{ij}^*(\lambda) = \beta^{(0)} + \sum_{k=1}^K x_{ij}^{(k)} \left( \beta^{(k)} + \nu_i^{(k)} \right) + \varepsilon_{ij}. \quad (5)$$

モデルR2: モデルF2において、説明変数を変量効果とするモデルである。

$$H_{ij}^*(\lambda) = \sum_{l=1}^N x_{ij}^{(l)} \beta^{(l)} + \sum_{k=1}^K x_{ij}^{(k)} \left( \beta^{(k)} + \nu_i^{(k)} \right) + \varepsilon_{ij}. \quad (6)$$

上に述べた 2 つの混合効果モデルにおいて、 $\varepsilon_{ij}$  は、平均 0 の  $N^H$  次元の正規分布に従う。その共分散行列は対角であって、成分は同一であるとする。一方、 $\nu_i$  は、平均 0 の  $K$  次元の正規分布に従う。その共分散行列  $G$  は、混合効果モデルにおいて、自由にデザインすることができるが、本研究においては最も単純な構造として、対角行列を採用した。実証分析には、SAS 9.1.3 の MIXED プロシジャを用いる (Littell et al., 2006)。モデルパラメータの推定は、制限付最尤法 (REML; Restricted Maximum Likelihood) によって行い、推定値は、BLUP (Best Linear Unbiased Prediction) として得ることとする。

また、被説明変数である不動産価格に施すBox-Cox変換の係数  $\lambda$  の推定は、Gurka et al. (2006) の方法を用いて行う。

### 3. 住宅価格の実証分析1: 住宅価格の歪みと個別性

個人やファイナンシャル・プランナーは、第2節で構築した不動産の価格とリスクの分析モデルを用いて、我が国において住宅価格がどのように形成されているのか、定期的に把握する必要がある。そこで、本節では、我が国における住宅価格

の歪みと個別性という2つの観点から、実証分析を行う。具体的には、第1の観点は、我が国の住宅価格が完全競争均衡価格から、どれくらい歪んでいるのか、という点である。第2の観点は、住宅の個別性に起因して、住宅が共有する広さ・築年数・駅徒歩等の属性単価が、どれくらい確率変動するのか、という点である。

地域クラス(ℓ) 地域	データ数
1 東京都心3区	61
2 東京都区部(上記以外の東京23区)	448
3 東京都下(東京23区以外の東京)	86
4 神奈川県	277
5 千葉県	103
6 埼玉県	143
7 その他関東(茨城県・栃木県・群馬県)	65

図表1 住宅の地域クラスの定義、および各地域クラスのデータ数。

#### 3.1 データと分析方法

直近のクロスセクション方向の観点より、株式会社リクルートのWEBサービスの一つである「スマッチ!」のAPIを利用して取得した、関東地区のマンションの募集価格と属性に関するデータである。取得日時は、2010年4月初旬である。

個別性に起因した住宅価格の形成要因を分析するために、地域というクラス(以下、地域クラス)によって、取得した住宅データを7つに分類した。これを、図表1に示す。この地域クラスという住宅の個別性に応じて、住宅が共有する属性単価が

	固定効果モデルF1 ( $\lambda = -0.33$ )	固定効果モデルF2 ( $\lambda = -0.06$ )						
		東京都心3区	東京都区部	東京都下	神奈川県	千葉県	埼玉県	その他関東
AIC	20,759.4	19,819.2						
切片	186,140.00 ( <.0001 )							
東京都心3区 ダミー変数		43,457.40 ( <.0001 )						
東京都区部 ダミー変数			42,202.02 ( <.0001 )					
東京都下 ダミー変数				40,702.96 ( <.0001 )				
神奈川県 ダミー変数					40,671.35 ( <.0001 )			
千葉県 ダミー変数						39,690.04 ( <.0001 )		
埼玉県 ダミー変数							40,072.97 ( <.0001 )	
その他関東 ダミー変数								38,426.00 ( <.0001 )
延床面積 (平米)	60.71 ( <.0001 )	73.84 ( <.0001 )						
築年数(年)	-387.92 ( <.0001 )	-160.81 ( 0.0001 )						
駅徒歩(分)	-29.90 ( <.0001 )	-27.2371 ( <.0001 )						
価格インデックス (万円)	4,063 ( <.0001 )	8,524 ( <.0001 )	4,848 ( <.0001 )	3,937 ( <.0001 )	3,943 ( <.0001 )	3,515 ( <.0001 )	3,455 ( <.0001 )	2,579 ( <.0001 )

図表2 固定効果モデル・F1とF2による推定結果: カッコ内の数値はP値を表す。

どれくらい確率変動し、不動産の価格形成にどのように影響を与えるのか。さらに、住宅価格が、完全競争均衡価格からどれくらい歪んでいるのか。その2つの観点より、住宅価格を詳細に分析すべく、従来利用されてきた2つの固定効果モデル(3), (4)式をベンチマークとしつつ、本論文が提案する2つの混合効果モデル(5), (6)式の推定を行う。

具体的には、いずれのモデルの推定に際しても、

(2)式によってべき乗変換 (Box-Cox) 変換した不動産価格を被説明変数とする。その上で、すべての住宅が共有していると考えられる、延床面積 (m<sup>2</sup>)、築年数 (年)、駅徒歩 (分) という3つの属性単価を説明変数として推定を行った。

2つの固定効果モデル(3), (4)式による推定結果を、図表2に示す。2つの混合効果モデル(5), (6)式の推定結果を、図表3と4に示す。以下では、その図表を参照しつつ、分析結果を述べる。

	混合効果モデルR1 ( $\lambda=0.05$ )						
	東京都心3区	東京都区部	東京都下	神奈川県	千葉県	埼玉県	その他関東
AIC	19,935.2						
切片	24,479.00						
	( <.0001 )						
東京都心3区ダミー変数	/						
東京都区部ダミー変数							
東京都下ダミー変数							
神奈川県ダミー変数							
千葉県ダミー変数							
埼玉県ダミー変数							
その他関東ダミー変数							
延床面積(平米)	89.41 ( <.0001 )	82.25 ( <.0001 )	62.88 ( <.0001 )	68.07 ( <.0001 )	54.01 ( <.0001 )	57.56 ( <.0001 )	42.81 ( <.0001 )
築年数(年)	46.89 ( 0.6690 )	8.96 ( 0.9085 )	-84.30 ( 0.5966 )	-268.77 ( 0.0196 )	-352.59 ( 0.0212 )	-369.65 ( 0.0086 )	-427.59 ( 0.0099 )
駅徒歩(分)	24.07 ( 0.1611 )	-20.13 ( 0.0139 )	-33.66 ( 0.0610 )	-59.03 ( 0.0009 )	-33.58 ( 0.0357 )	-34.55 ( 0.0530 )	-28.85 ( 0.0844 )
価格インデックス(万円)	8,235 ( <.0001 )	4,935 ( <.0001 )	3,964 ( <.0001 )	4,006 ( <.0001 )	3,543 ( <.0001 )	3,501 ( <.0001 )	2,664 ( <.0001 )

図表3 混合効果モデル・R1による推定結果: カッコ内の数値はP値を表す。

	混合効果モデルR2 ( $\lambda = -0.05$ )						
	東京都心 3区	東京 都区部	東京都下	神奈川県	千葉県	埼玉県	その他 関東
AIC	19,787.7						
切片							
東京都心3区 ダミー変数	41,624.73 ( <.0001 )						
東京都区部 ダミー変数		39,704.78 ( <.0001 )					
東京都下 ダミー変数			39,375.93 ( <.0001 )				
神奈川県 ダミー変数				38,992.04 ( <.0001 )			
千葉県 ダミー変数					39,216.69 ( <.0001 )		
埼玉県 ダミー変数						38,593.43 ( <.0001 )	
その他関東 ダミー変数							36,738 ( <.0001 )
延床面積 (平米)	69.07 ( <.0001 )	78.78 ( <.0001 )	64.82 ( <.0001 )	73.00 ( <.0001 )	57.44 ( <.0001 )	68.87 ( <.0001 )	72.20 ( <.0001 )
築年数(年)	21.14 ( 0.8385 )	-3.21 ( 0.9662 )	-94.52 ( 0.5295 )	-246.52 ( 0.0245 )	-347.16 ( 0.0200 )	-346.69 ( 0.0100 )	-320.73 ( 0.0280 )
駅徒歩(分)	-19.27 ( 0.1709 )	-20.40 ( 0.0106 )	-33.63 ( 0.0267 )	-49.42 ( 0.0012 )	-33.40 ( 0.0205 )	-31.73 ( 0.0329 )	-23.42 ( 0.0852 )
価格インデックス (万円)	8,552 ( <.0001 )	4,856 ( <.0001 )	3,940 ( <.0001 )	3,945 ( <.0001 )	3,518 ( <.0001 )	3,458 ( <.0001 )	2,581 ( <.0001 )

図表 4 混合効果モデル・R2による推定結果: カッコ内の数値はP値を表す。

### 3.2 分析結果1: 住宅価格の歪み

第1の観点は、住宅価格が完全競争価格からどれくらい歪んでいるかを分析することである。本研究で提案する、ベキ乗線形混合効果モデルを用いて、関東地方のマンション価格を分析した。λが1のときには、住宅価格は完全競争価格となる。λが1でないときには、住宅価格には歪みがあることを表す。特に、λが0であるとき、住宅価格を線形から対数まで歪ませる必要があることを示している。2つの固定効果モデルで推定されたλを図表2に、2つの混合効果モデルで推定されたλを図表3、4にそれぞれ示す。推定されたλは、モデル・R1のみわずかにプラスの値、それ以外のモデルではマイナスの値を取るため、関東地方のマンション価格は、完全競争価格ではなく、大きな歪みがあることが分かった。

つまり、個人やファイナンシャル・プランナーは、マンション価格について分析を行う場合、そ

の価格は線形構造から歪んでいることを十分に認識した上で、不動産に関連する情報の非対称性や流動性に配慮する必要があることを示している。

### 3.3 分析結果2: 住宅価格の個別性

第2の観点は、住宅の個別性が住宅価格に与える影響を分析することである。そのために、図表1に示すように、分析対象とした関東地方のマンションを7つの地域クラスに分類した。以下では、地域クラス毎の住宅の個別性、具体的には延床面積、築年数、そして駅徒歩の3つがどのように、モデルの回帰係数である属性単価に反映されたかを分析する。

まず、延床面積にかかる係数の推定結果について述べる。この係数は、1平米あたりの単価と解釈することができる。ただし、完全競争均衡価格においては、1平米あたりの単価は、どこに立地している住宅であっても、同一価格でなければな

らない。推定の結果、いずれのモデルにおいても、延床面積は有意なプラスの値を取る。つまり、延床面積が大きいほど、べき乗不動産価格は大きくなる。しかし、地域クラスという個別性によって、1平米あたり単価は確率変動することが分かる。固定効果モデル・F1をベンチマークとして、混合効果モデル・R1の結果を比較する。1平米あたりの単価60.7をベンチマークとして、東京都区部は82.3と高く、千葉県は54.0と低い。固定効果モデル・F2をベンチマークとして、混合効果モデル・R2の結果を比較しても、同じ結論が維持される。それ以外の地域では、モデルによって変動傾向がまちまちであるが、少なくとも、ベンチマークから、1平米あたりの単価が変動していることを確認することができる。

次に、築年数にかかる係数の推定結果について述べる。この係数は、1築年数あたりの単価と解釈することができる。したがって、直感的には、築年数が浅い方が住宅価格が高いと考えられるので、係数はマイナスの値を取ると予想される。固定効果モデル・F1とF2では、その直感通りに、有意なマイナスの値を取る。混合効果モデル・R1とR2でも、多くの地域（神奈川県・千葉県・埼玉県・その他関東）において、有意なマイナスの値を取る。特に、固定効果モデルをベンチマークとして、混合効果モデルの推定結果を見ると、千葉県や埼玉県では、築年数が古いと住宅価格が大きく下がることが分かる。

また、混合効果モデルでは、直感に反した興味深い結果が得られる。東京都心3区や東京都区部の1築年数あたりの単価は、有意ではないもののプラスの値を取ることが多い。つまり、都心では築年数は有意なファクターではなく、それ以外にも住宅価格に大きなインパクトを与えるファクターが存在する可能性がある。そして、そのファクターを多数有している物件の築年数が古いことも考えられよう。いずれにしても、1築年数あたりの単価の確率変動を考慮した混合モデルならでの検出結果と言えよう。

そして、駅徒歩にかかる係数の推定結果について述べる。この係数は、1駅徒歩あたりの単価と解釈することができる。したがって、築年数と同様に、直感的には、駅徒歩が近い方が住宅価格が高いと考えられるので、係数はマイナスの値を取ると予想される。固定効果モデル・F1とF2では、その直感通りに、有意なマイナスの値を取る。住宅価格に与えるインパクトを築年数と比べると、相対的に小さいことが分かる。混合効果モデル・R1とR2でも、多くの地域（東京都区部・神奈川県・千葉県・埼玉県・その他関東）において、有

意なマイナスの値を取る。特に、固定効果モデルをベンチマークとして、混合効果モデルの推定結果を見ると、東京都心3区・都区部を除き、駅徒歩が遠いと、住宅価格が大きく下がることが分かる。

逆に、東京都心3区では、1駅徒歩あたりの単価は、有意ではないもののプラスの値を取ることが多い。つまり、東京都心3区では、築年数に加えて駅徒歩も、住宅価格に有意ではなく、それ以外のファクターが住宅価格に影響を与える可能性を示唆している。

上記のように、地域クラス別の住宅の個別性が、どのように属性単価に反映されたのかを詳細に分析することで、個人やファイナンシャル・プランナーは、住宅の購入・売却等に関する意思決定における貴重な判断材料とすることができる。例えば、今回の分析結果からは、東京都区部は築年数は価格にあまり影響がないこと、千葉県や埼玉県では住宅の経年劣化が他の地域よりも大きいことなどから、中古住宅の購入時や住宅ローンの借り換え、さらにはリバースモーゲージなどの導入の際に参考にすることができるだろう。また、駅徒歩に関して、築年数よりも価格に与える影響度が小さいこと、東京都区部ではあまり影響がないこと等を踏まえ、住み替えやマンション投資の際での判断材料になると考えられる。

また、ヘドニック・モデルの理論(1)式によれば、住宅価格は住宅に依らず共有される属性の線形結合によって説明し尽くされるべきである。したがって、理論上は、切片や、これを複数に分離して置き換えたダミー変数にかかる係数は、ゼロでなければならない。ファイナンス理論における、Jensenのアルファのアナロジーで言えば、もしこれらの係数が有意にプラスの値として推定されれば、ある種のプレミアムと解釈することができる。

以上の観点より、切片や、これを地域クラスによって分離して置き換えたダミー変数にかかる係数の推定結果について述べる。いずれのモデルでも固定効果として推定した。

ダミー変数を導入した固定効果モデル(4)式と混合効果モデル(6)式の推定結果を、図表2と4にそれぞれ示す。いずれのモデルでも、地域クラスというダミー変数は有意である。

上位3クラスは、モデルに依らず、東京都心3区、東京都区部（都心3区以外の23区）、東京都下であり、その順に価格プレミアムが大きい。但し、その価格プレミアムについて、固定効果モデル・F2では等間隔の価格差でランキングされていたが、混合効果モデル・R2では都心3区が突出して大きなプレミアムとして推定されている。

下位3クラスについては、固定効果モデル・F2と混合効果モデル・R2では、ランキングが異なっている。固定効果モデル・F2においては、直感に違わず、神奈川・埼玉・千葉の順に価格プレミアムが大きくなっている。しかし、例えば、千葉県について言えば、固定効果モデル・F2では最下位の価格プレミアムだったのに対し、混合効果モデル・R2では、その2倍程度の大きさを取って、神奈川・埼玉よりも上位にランキングされる結果となっている。

つまり、住宅の個別性を固定効果モデルに加えて、混合効果モデルによって分析することで、住宅価格に含まれるプレミアムについても柔軟に捉えることが可能になり、不動産運用設計における判断材料とすることができるだろう。

### 3.4 分析結果3：提案モデルの適合度

また、本研究で提案する、(5)と(6)式で表現されるべき乗線形混合効果モデルが、従来ヘドニック・モデルの分析に利用されてきた、(3)と(4)式で表現される固定効果モデルに比べ、常に、統計学的にAIC (Akaike Information Criterion) の意味で優れていることが分かった。したがって、従来ヘドニック・モデルを推定するのに用いられる固定効果モデルだけでは十分に対応することができないことを示唆する。さらに言えば、不動産クラスに応じてダミー変数を導入した固定効果モデルでは、ダミー変数にかかる係数を解釈することができない。つまり、ダミー変数にかかる係数が、どの属性のどの「変動」単価によって、もたらされるのかを識別することは不可能である。

## 4. 住宅価格の実証分析2：不動産価格インデックスと不動産価格の変動リスク

本論文で提案するべき乗線形混合効果モデルは、完全競争均衡価格からの「歪み」と、同じものは一つとしてないという「個別性」を考慮することができることに特徴を持つ。これを生かして、クロスセクション方向に行った前節の実証分析で、地域クラスごとに属性価格が確率変動し、これを反映してマンション価格が形成されていることを見出してきた。

そこで、本節では、時系列・クロスセクション方向に、住居用不動産の価格とリスクがどのような挙動を示すのか、という観点より分析を行うこととする。そのために、いわゆる不動産価格インデックスの構築作業を通じて、本論文で提案するべき乗線形混合効果モデルのさらなる特徴を見出すこととする。

### 4.1 データと分析方法

前節の実証分析では、個人が取引可能なマンション価格の分析を試みた。本節でも、同一対象にて分析を行うべきであるが、インターネット上で開示されている不動産価格情報のため、現時点でのクロスセクション方向の情報に限定されている。そこで、本節の時系列・クロスセクション方向の分析においては、代替として、J-REIT (日本版不動産投資信託) が2005年から2008年までの4年間に売買を行った不動産のうち、住居用途の不動産の価格と属性のデータを用いることとする(直近の2009年のデータについても入手することができたが、分析するのに十分なデータ数がなかったため、分析対象外とした)。

分析対象は大きく異なるものの、本論文で提案するべき乗線形混合効果モデルの特徴を十分に生かすことができ、また、個人が取引を行うマンションの価格とリスクについても類推可能な有用な知見を得ることができた。

これまでと同様に、個別性に起因した住居用不動産価格の形成要因を分析するために、地域というクラス(以下、地域クラス)によって分類した。ただし、J-REITの取引不動産という性質上、都心3区とその他地域の2つのクラスに分類した。

まず、データの基本的な性質を調べた。図表5に、2005年から2008年までの各年度における、2つの地域クラスのそれぞれについて、不動産価格の幾何平均(億円)を示す。併せて、各年度において、クロスセクション方向に求めた幾何平均と、各地域クラスにおいて、時系列方向に求めた幾何平均も示す。不動産価格について幾何平均を取ったのは、モデル推定にてBox-Cox変換を行う際に、幾何平均によってスケールリングをすることと対応を取るためである。そして、後述する不動産価格

年度	都心3区	その他	クロス平均価格
2005	21.01	11.49	13.91
2006	36.06	11.25	14.70
2007	26.03	13.12	14.46
2008	29.29	14.17	16.26
時系列平均価格	26.80	12.26	14.59

図表5 J-REIT保有の住居用不動産価格の幾何平均(単位: 億円)。2005年から2008年の各年度において、地域クラスごとに求めた幾何平均である。あわせて、年度ごとのクロスセクション方向の幾何平均、および各地域クラスごとの時系列方向の幾何平均も示す。

属性	都心3区	その他	クロス 平均
平均面積(平米)	4,385.92	2,763.13	3,023.63
平均築年数(年)	2.90	5.56	5.13
平均駅徒歩(分)	4.14	6.62	6.22

図表6 J-REIT保有の住居用不動産データより算出した平均延床面積(単位:平米),平均築年数(単位:年),平均駅徒歩(分).

インデックスとの比較をするため,これをベンチマークとして用いることとする.また,図表6に,すべての不動産データより求めた,延床面積の平均(平米,平均面積),築年数の平均(年,平均築年数),最寄駅からの徒歩の平均(分,平均駅徒歩)を示す.これら平均面積,平均築年数,平均駅徒歩も,後述する不動産価格インデックスを構築する際に平均属性量として用いることとする.

#### 4.2 分析結果1:不動産価格インデックス

2005年から2008年の各年度において,(4)式の固定効果モデル・F2と,(6)式の混合効果モデル・R2を推定した.そして,それらの推定パラメータと,図表6に記した住居用不動産の属性を代入する.これによって求められるBLUP(Best Linear Unbiased Prediction)予測値を,不動産価格インデックスとする.以上の手続きによって算出した不動産価格インデックスの推移を,図表7に示す.

固定効果モデル,および本研究が提案する混合効果モデルによって算出した不動産価格インデックスは,モデルによって数値のオーダーに大きな差異は見られなかった.それは,インデックスは,それ自体が不動産の個別性を分散除去した結果であり,市場全体の動向を示しているものであるためである.

#### 4.3 分析結果2:不動産価格の変動リスク

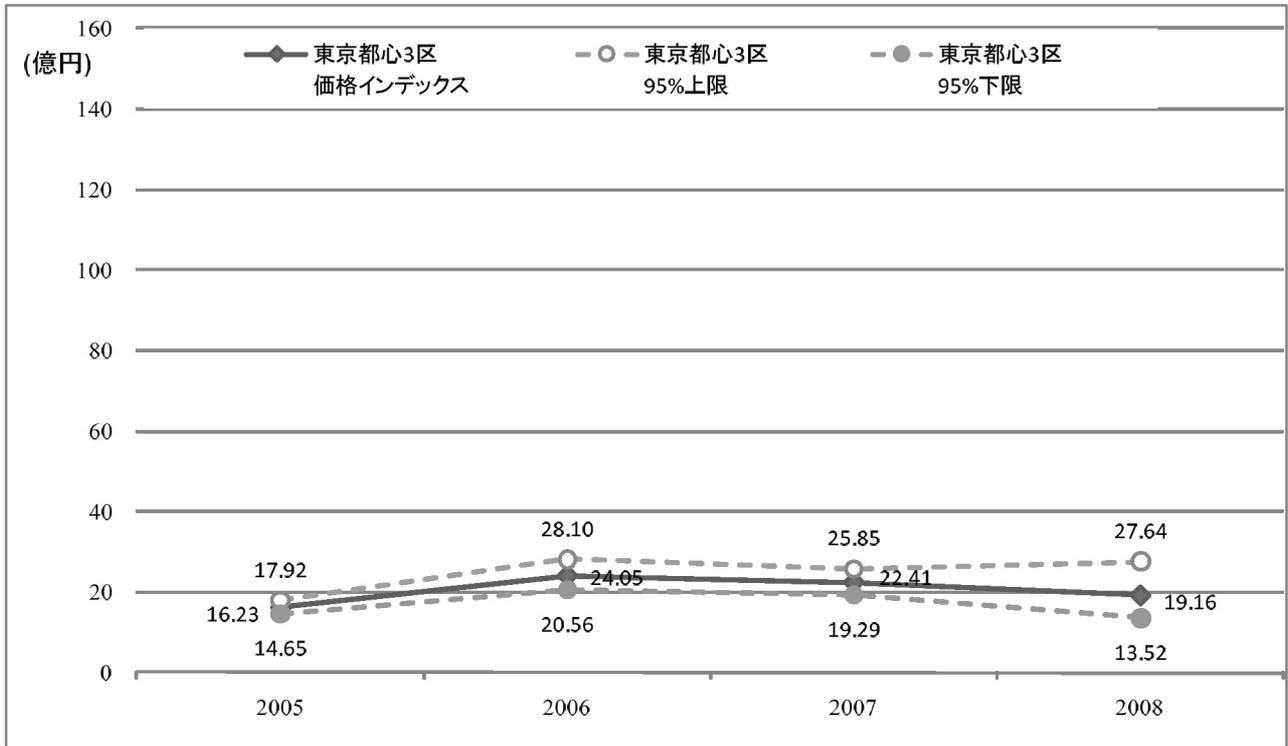
一方,不動産の個別性,あるいは不動産クラスに応じて,不動産の属性単価は確率変動するため,不動産価格自体も大きく確率変動することが,第3節の分析で分かった.したがって,不動産価格のリスクを定量化する手法は重要である.一つのアプローチとして,不動産価格がどれくらいぶれるのかというリスクを,推定不動産価格の95%信頼区間として示すこととする.本研究が提案する,べき乗線形混合効果モデル・R2に基づいた不動産価格の推定値の95%信頼区間は,SASのプロシージャによって算出することができる.本研究では95%の信頼水準を採用したが,これを任意の水準に置き換えることももちろん可能である.また,信頼区間の下限は,金融産業において市場リスクを計量する際に頻繁に用いられるリスク測度であるVaR(Value at Risk)と一致する.市場リスクの測度としての $VaR_{95\%}$ は,5%の確率で被りうると予想される最大の損失額と定義される.そのアナロジーとして,不動産価格のリスク測度としての $VaR_{95\%}$ は,5%の確率で起こり得る不動産価

年度	固定効果モデル・F2による不動産価格インデックス					
	東京都心3区 価格インデックス	東京都心3区 95%上限	東京都心3区 95%下限	その他地域 価格インデックス	その他地域 95%上限	その他地域 95%下限
2005	16.23	17.92	14.65	9.19	9.87	8.55
2006	24.05	28.10	20.56	8.01	8.56	7.49
2007	22.41	25.85	19.29	10.38	11.05	9.73
2008	19.16	27.64	13.52	10.66	10.66	9.36

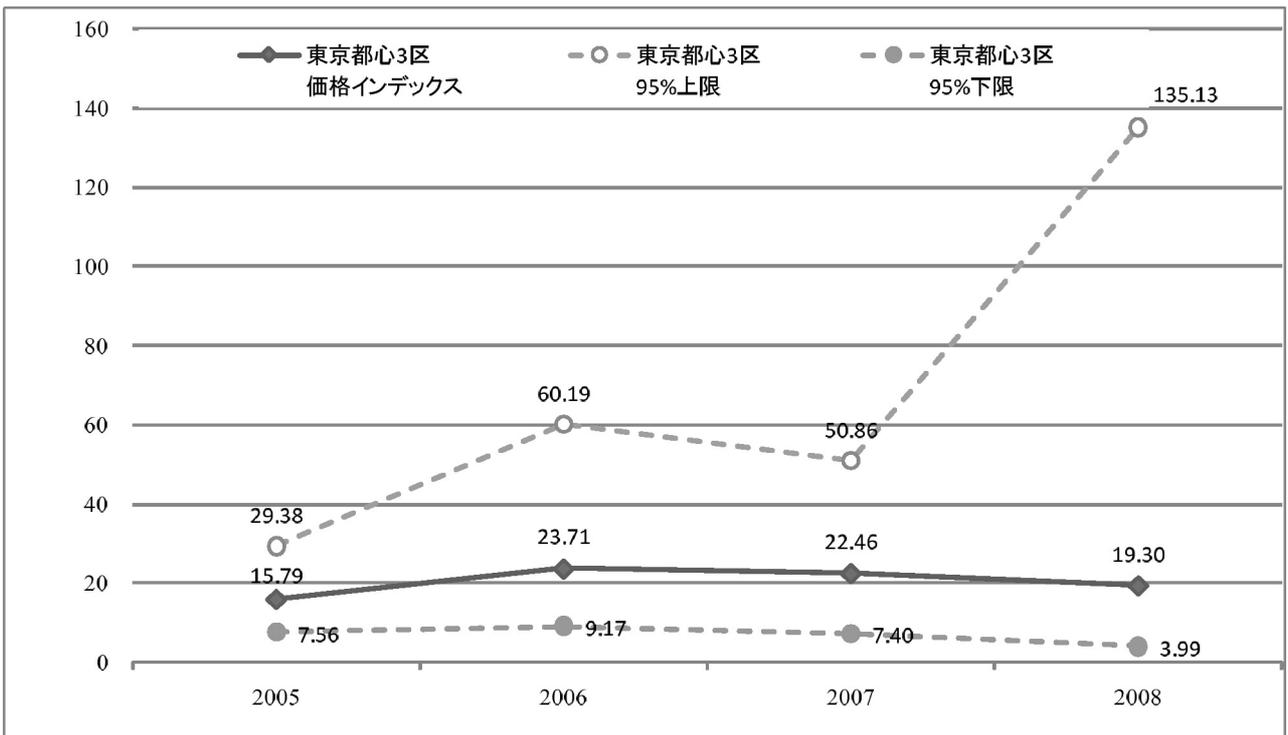
  

年度	混合効果モデル・R2による不動産価格インデックス					
	東京都心3区 価格インデックス	東京都心3区 95%上限	東京都心3区 95%下限	その他地域 価格インデックス	その他地域 95%上限	その他地域 95%下限
2005	15.79	29.38	7.56	8.86	13.62	5.48
2006	23.71	60.19	9.17	7.91	11.62	5.37
2007	22.46	50.86	7.40	10.41	15.26	6.73
2008	19.30	135.13	3.99	10.71	21.02	5.74

図表7 不動産価格インデックスの推移(単位:億円):各年度において,固定効果モデル・F2と混合効果モデル・R2を推定し,その推定値と平均属性量(図表6)を各モデル式に代入することにより,地域クラスごとの不動産価格インデックスを算出している.あわせて,その価格インデックスの95%信頼区間の上限と下限を示している.



図表8 固定効果モデル・F2を用いた, 東京都心3区における住居用不動産価格インデックスの推移.



図表9 混合効果モデル・R2を用いた, 東京都心3区における住居用不動産価格インデックスの推移.

格の最悪の底値と定義することができる。

年度ごとの不動産価格インデックスを、その95%信頼区間とともに、時系列表示した。固定効果モデル・F2によるインデックスを図表8に、混合効果モデル・R2によるインデックスを図表9にそれぞれ示す。

これより、本論文で提案する混合効果モデル・R2に基づいて構築した住宅不動産価格インデックスのオーダー自体は、従来利用されてきた固定効果モデル・F2で十分に表現することができることが分かる。ただし、混合効果モデル・R2により、住宅不動産価格インデックスは、大きく変動するリスクが存在しうることが明らかになった。

例えば、直近の2008年度における  $VaR_{95\%}$  は、不動産価格インデックスの実に1/4である。したがって、分析時点から見て将来である、今年の2009年度を振り返ってみると、不動産価格の下落により、J-REITが保有する不動産を売却したくても出来ない状況にあり、取引数自体が大きく減少したことが記憶に新しい。そのようなことをも予見していると言っても良いであろう。

まとめとして、不動産価格が内包するリスクは、不動産価格を決定する属性とノイズをその源泉とすることが分かった。つまり、不動産価格を変動させるリスクの数は、不動産価格を決定する「『属性の数』+『1』」個であることを意味する。従って、不動産価格の変動リスクをヘッジすることは極めて困難となる可能性を示唆する。この事実、不動産価格インデックス構築に大きな示唆を与えることになる。つまり、単一の不動産価格のインデックスでは、不動産取引市場の動向を適切に表現し得ず、必要なリスクヘッジを講じる手段になり得ない可能性を意味する。つまり、不動産価格インデックスは、不動産クラス毎に構築する必要がある。この観点より、本研究では不動産クラス毎の不動産価格インデックスを構築し、その変動がクラス毎に大きく異なることを明らかにした。

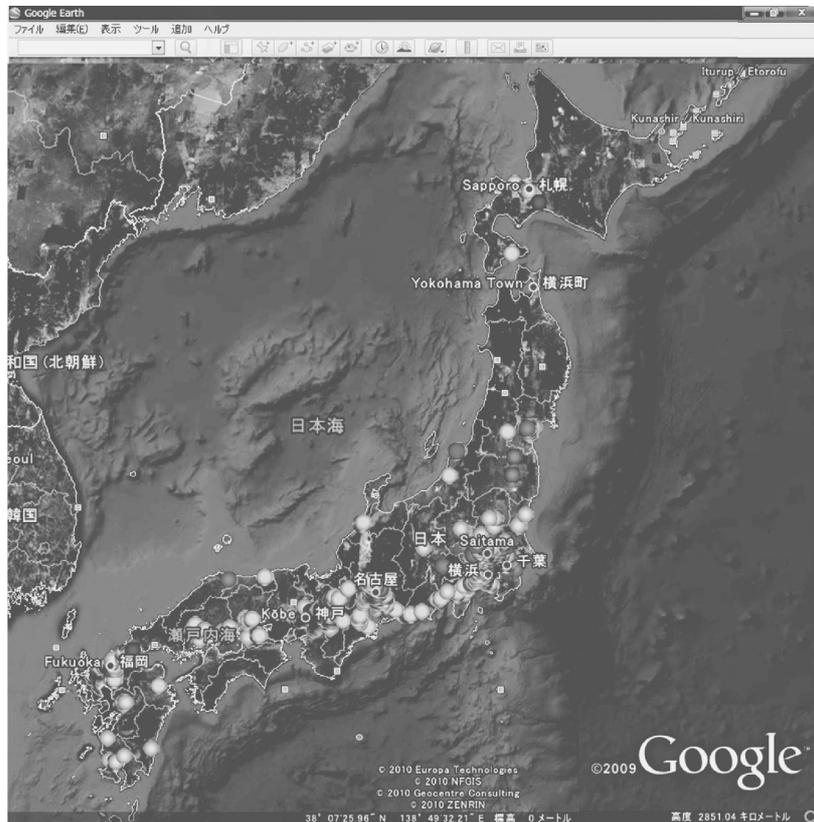
## 5. 不動産価格リスク評価システムとパーソナルファイナンスへの応用

本研究で提案する不動産の価格とリスクの評価分析方法を、パーソナル・ファイナンスへ応用することを考えることとする。その一つのアプローチとして、インターネット上において、住宅の価格とリスクの分析評価をリアルタイムで行う簡易的なツールとして実装することを提案する。具体的には、Google Earthなどの地図アプリケーション上に、対象不動産の取引価格や公示価格とともに、

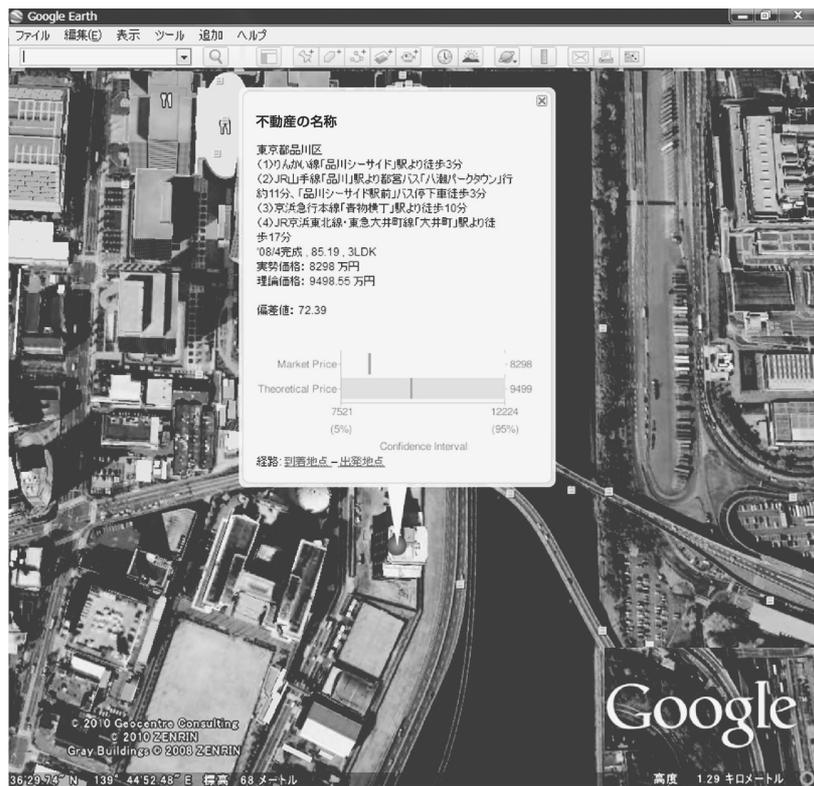
本研究で提案するべき乗線形混合効果モデルによって推定される理論価格とリスク、およびそれらの乖離を表示するシステムである。本研究では、不動産の取引価格や属性等に関する情報を、Web APIを利用して取得しているので、リアルタイムに情報を更新することも可能である。また、本システムの動作環境は以下の通りであり、誰でも利用できる：(a) Google EarthがインストールされたWindows PC, Macや、iPhone/iPod Touch. または、(b) WebブラウザがインストールされたWindows PC, Macや携帯端末。本システムは、Google Earth上で以下の不動産情報を表示する。

1. 座標：対象不動産が立地する緯度と経度によって特定される座標にピンを打つ。ピンをクリックすることにより、以下の情報が表示される。
2. 募集価格：不動産が市場で募集されている価格を表示する。
3. 理論価格：第3節の実証分析にて用いた「べき乗線形混合効果モデルR2」に、その推定パラメータと対象不動産の属性を代入する。これによって求められるBLUP (Best Linear Unbiased Prediction) 予測値を、対象不動産の理論価格とした。
4. リスク：理論価格は、個別性に起因する属性価格のブレや、市場のノイズ等によって確率変動する。その95%信頼区間を表示する。信頼区間の下限は、不動産価格のリスクの  $VaR_{95\%}$  を示すこととなる。
5. バリュースコア：理論価格と募集価格の差を「バリュースコア」と定義する。但し、べき乗価格ベースでの差分である。もし、バリュースコアが正の値を取れば、対象不動産は「買い」であることを、負の値を取れば「売り」であることを意味する。
6. 不動産偏差値：バリュースコアは理論上、正規分布に従う。従って、いわゆる「偏差値 (standard score, あるいはT-score)」を算出することが可能である。これを不動産偏差値と呼び、表示する。

本システムの表示例を、図表10と11に示す。個人やファイナンシャル・プランナーは、このような簡便に活用することが出来るアプリケーションを通じて、住宅の募集価格（もし情報公開が進展すれば取引価格も含む）データと、その理論価格、リスク等が、地図上にリアルタイムに表示されることにより、住宅の売買や利活用に関する意思決定をより優れたものにすることができるだろう。



図表10 不動産価格リスク評価システムの初期表示例: 情報表示可能な不動産が, Google Earthの座標上にピンによって示される. 不動産偏差値によってピンの色が変わる.



図表11 対象不動産の情報の表示例: 図表10をズームインした上で, ピンをクリックすると, 以下の不動産情報が表示される: 不動産の名称, 例え「〇〇タワー××」; 住所; 実勢 (取引) 価格, 理論価格, 不動産偏差値をテキスト表示する. さらに, 実勢 (取引) 価格を赤字で, 理論価格, およびそのリスクを95%信頼区間として青字でグラフ表示する.

## 6. まとめと今後の研究

従来、不動産情報は、金融データのようにデータベースとして十分に整備されておらず、取得することが極めて困難であった。しかし、本研究が利用した株式会社リクルートのWEBサービスの一つである「スマッチ!」のように、WEB APIを利用して、不動産情報を容易に取得できるようになりつつある。不動産情報が公に開示される方向性が継続すれば、金融資産のように不動産の詳細な価格分析が可能となるだろう。その知見がフィードバックされれば、パーソナル・ファイナンスにおける重要な意志決定の一つである住宅の売買等の有用な支援となる。したがって、今後ますます、(1) 収集すべき不動産に関する情報、(2) 不動産情報の公開の方法、についての議論が必要になるだろう。

このような観点に基づき、本研究では、収集すべき不動産情報、付加価値の高い加工方法、公開の方法について、一定の方向性を示した。特に、不動産価格の源泉は、不動産が共有する属性であることを明瞭に意識した上で、不動産市場における歪みや個性を考慮して、我が国の住宅価格の分析モデルの提案を行った。その上で、不動産価格は確率的に変動しうることを、そして、その源泉は不動産が共有する属性単価の個別性に起因する確率変動であることを見出した。したがって、住宅価格の分析にとどまらず、それが変動するリスクにも注意すべきであることを喚起した。

さらに、本研究に基づけば、従来にない不動産価格インデックスを構築することができるであろう。つまり、今後の研究として; (A) 不動産の用途や立地・地域といった不動産クラスごとに異なる不動産価格の確率変動をクロスセクション方向で表現することができ、(B) メッシュ・ベース(非常に細かく区切った座標ごと)のGeographicな次元で住宅価格インデックスを算出することができ、かつ、(C) 時系列方向の確率変動を捉える柔軟なモデリングができるため、現在および将来に向かっての不動産価格のリスクとリターンを表現できる、という特徴を有する住宅価格インデックスを構築していきたい。

このようなインデックスは、個々の住宅の価格評価が簡便に行えることを意味する。したがって、例えば、多くの個人はローンを組んで住宅を購入することになるため、本人やそのフィナンシャル・プランナーは、LTV (Loan-To-Value) 分析などを通じて、定期的に適切なローン水準となっているかを値洗いすることができる。つまり、本研究を継続して行うことにより、不動産ファイナンス分野への貢献のみならず、パーソナル・ファ

イナンスの分野へ微力ながらも貢献し続けたいと考えている。

## 参考文献

- Andersen, S.P., A.de Palma and J. Francois (1992), *Discrete Choice Theory of Product Differentiation*, MIT Press.
- Box, G.E.P. and D.R. Cox (1964), "An Analysis of Transformations (with Discussion)," *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 26, 211-252.
- Case, K.E. and R.J. Shiller (1989), "The Efficiency of the Market for Single-Family Homes," *American Economic Review*, 79(1), 125-37.
- Court, A.T. (1939), "Hedonic Price Indexes with Automotive Examples," in: *The Dynamics of Automobile Demand*, General Motors, New York.
- Ekeland, I., J.J. Heckman and L.Nesheim (2004), "Identification and Estimation of Hedonic Models," *Journal of Political Economy*, 112(1), 60-109.
- Epple, D. (1987), "Hedonic Prices and Implicit Markets: Estimating Demand and Supply Functions for Differentiated Products," *Journal of Political Economy*, 95, 58-80.
- Feenstra, R.C. (1995), "Exact Hedonic Price Indexes," *Review of Economics and Statistics*, 77(4), 634-653.
- Fitzmaurice, G.M., N.M. Laird and J.H. Ware (2004), *Applied Longitudinal Analysis*, John Wiley & Sons, Inc.
- Gurka, M.J., L.J. Edwards, K.E. Muller and L.L. Kupper (2006), "Extending the Box-Cox Transformation to the Linear Mixed Model," *Journal of Royal Statistical Society A*, 169(2), 273-288.
- Hsiao, C. (2003), *Analysis of Panel Data: Second Edition*, Cambridge University Press.
- 石島博, 前田章 (2009), 「不動産価格評価の一般理論」『日本金融・証券計量・工学学会 (JAFEE) 2009 冬季大会予稿集』 93-111.
- Lancaster, K. (1966), "A New Approach to Consumer Theory," *Journal of Political Economy*, 74, 132-157.
- Littell, R.C., G.A. Milliken, W.W. Stroup, R.D. Wolfinger and O. Schabenberber (2006), *SAS for Mixed Models: Second Edition*, SAS Publishing.
- Luenberger, D.G. (1997), *Investment Science*, Oxford University Press (今野浩, 枇々木規雄, 鈴木賢一訳 (2002), 『金融工学入門』日本経済新聞社).
- McCulloch, C.E., S.R. Searle and J.M. Neuhaus (2008), *Generalized, Linear, and Mixed Models: Second Edition*, John Wiley & Sons.
- Rosen, S. (1974), "Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition," *Journal of Political Economy*, 82, 34-35.
- 吉田靖, 駒井正晶, 森平爽一郎, 喜多村広作, 森永昭彦 (2003), 「新築マンション価格の変動と家計の選択」『ファイナンシャル・プランニング研究』, 3: 30-42.